ROLLO NACIONAL

El salto de la rana*

Janeth Malagón y otros[1]

Introducción

La enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas han tenido un lugar importante en el ámbito de la educación. La *Escuela Pedagógica Experimental, E.P.E.,* a través de la reflexión y construcción diaria durante sus 25 años de historia, ha consolidado una perspectiva de clase de matemáticas que no se limita a la repetición de algoritmos, sino a la investigación en el aula, en el sentido de encontrar formas y estrategias de pensamiento y construcción del conocimiento matemático, en una dinámica de reflexión teórica y de prácticas en el aula que, por un lado, son una opción de autoformación, y por otro, en su devenir permiten consolidar esta propuesta.

Además, nuestra clase de matemáticas no se aparta de la dinámica permanente de la escuela; es decir, as-

---

* Ponencia presentada en el *III Encuentro Ibero Americano de Colectivos y Redes de Maestros que hacen Investigación desde la Escuela,* Santa Marta, Colombia, julio de 2002.

[1] Germán Rayo, Fabio Arcos, Jhon Castro, Solita Saavedra, Dino Segura. Grupo de Matemáticas. Escuela Pedagógica Experimental Bogotá

pectos como la autonomía, la heterogeneidad, la confianza, el conflicto como motor de situaciones pedagógicas y las interacciones socio-afectivas que se dan en los grupos de trabajo son, entre otros, aspectos que se vivencian en el aula cuando abordamos las actividades o problemas.

Gran parte de este trabajo tiene origen en la cotidianidad de la E.P.E., el cual se retroalimenta con la realización de talleres y la participación en eventos de carácter local y nacional. Algunos de los planteamientos han sido recogidos en propuestas de investigación patrocinadas externamente (IDEP, 1996), otras actividades han propiciado la elaboración de artículos y de talleres que nos han permitido plantear una opción de formación de maestros avalada por la Secretaría de Educación Distrital (*Introducción a la Matemática Contemporánea desde los Ordenadores Lógicos 2000-2001).*

El problema

Los resultados en la clase de matemáticas suelen cuestionarse. Se dice, por ejemplo, que los estudiantes no aprenden matemáticas, y si a esto se añade la actitud de desprecio e inconformidad de los niños hacia esta materia, como si se promoviera el desprecio por la disciplina, nos encontramos ante un problema. Aunque esto suele explicarse por la actitud del maestro, creemos que es consecuencia de diversos factores.

Uno de ellos es que las prácticas de aula se centran en las consecuencias de las interacciones que se promueven en relación con las metas (contenidos de aprendizaje), sin considerar que en tales interacciones se dan aprendizajes más duraderos y determinantes que los contenidos: la aversión o la seducción por las matemáticas, la idea acerca de lo que son, la valoración de que quien aprende matemáticas es capaz o no y, aún, aparece una concepción acerca de lo que es aprender, en términos generales.

Es importante valorar aquí la manera como los maestros se han apropiado del conocimiento matemático, centrada posiblemente en la memorización de datos y en la aplicación de procedimientos sin sentido que se proyectan a los niños, la mayor parte de las veces sin posibilidad de vivenciar y construir un verdadero conocimiento matemático.

El segundo factor apunta a que las matemáticas se ven como un cuerpo idealizado y terminado, sin lugar para la creación. No se concibe que el maestro pueda aprender de los estudiantes y, si nos vamos al extremo, tampoco existe la posibilidad de que los estudiantes aprendan de ellos mismos. Lo cual conduce a que todo el mundo debe aprender lo mismo; es como si se pretendiera uniformar mentalmente a los individuos.

Estas consideraciones explican el tipo de relaciones que se establecen en el aula de clase: el maestro es el dueño, el poseedor y dador de conocimiento, la autoridad máxima a la cual hay que acudir sin apelación. En una relación vertical como esta el maestro está acá, los estudiantes allá.

Por otra parte, con frecuencia el quehacer del maestro es mecánico, producto de un mandato. Se cumple con unos contenidos que, en muchos casos, poco tienen que ver con una actitud reflexiva por parte del maestro, y mucho menos de los estudiantes. Se hace por hacer, por cumplir con el *currículo,* sin importar las diferencias ni las dificultades individuales. En general, los estudiantes no aprenden matemáticas por placer, sino por gratificaciones externas a la actividad.

Además, existen actitudes bastante generalizadas entre los docentes: el miedo a mostrar lo que se hace en el aula, a ser 'descubiertos', y temor a ser expuestos a la crítica por parte de sus colegas. Frente a esto, estamos convencidos de que en la *comunicación* está la posibilidad de crecimiento personal en el ámbito profesional. Es en la interacción y discusión con el otro donde surgen ideas hacia un verdadero cambio para que nuestra función no se limite a la dictadura de una disciplina, sino a ser orientadores de nuevas formas de pensamiento.

La propuesta

Las matemáticas no se enseñan, se aprenden. En el contexto escolar, cada individuo está en capacidad de apropiarse (como construcción) de este conocimiento a través de su experiencia personal con el apoyo de un grupo de trabajo. En esta medida se da, a la vez, la elaboración paulatina de un discurso matemático, la idea de lo que son las matemáticas, el establecimiento de relaciones entre el sujeto y esta materia, y entre ella y el sujeto.

En la EPE, esto se posibilita mediante la búsqueda colectiva de soluciones a situaciones problemáticas que propone el maestro, las cuales elabora a partir del conocimiento que posee de sus estudiantes y de sus concepciones acerca de lo que son las matemáticas. En esta dinámica, el grupo-clase se comporta como un sistema autoorganizado, integrado por individuos que comparten metas y propósitos, que poseen diversos niveles de formación matemática. En su hacer, el colectivo asume espontáneamente las reglas que surgen. El grupo grande, dividido en otros más pequeños de trabajo, aboca la actividad más con la intención de resolver el problema que con la de ganar una nota. Por ello, descubrir que existen muchas soluciones para un problema es todo un acontecimiento y muchas veces la tarea es hallar una solución distinta.

Creemos que las matemáticas hay que 'hacerlas', no repetirlas como recetas en donde se nos indica paso a paso lo que hay que hacer ante problemas típicos. Concebimos a las matemáticas como un cuerpo dinámico, en constante evolución, donde existe la posibilidad de encontrar, ante los problemas que se proponen, infinidad de opciones. Así dejan de ser algoritmos inertes.

Esta forma de trabajo se basa en la convicción de que las matemáticas son formas de pensamiento que posibilitan la anticipación mediante la búsqueda de regularidades en contextos contingentes. Al proponer problemas, buscamos llegar a un modelo matemático. Unas veces, se trata de elaborar simetrías; otras, de identificar regularidades geométricas, de construir patrones iterativos o secuenciales. En este sentido, hemos acordado que los modelos matemáticos deben cumplir con ciertas características. Por un lado, deben poder anticipar; es decir, de mostrar a cualquier escala la posibilidad de aplicación; por otro, la expresión debe ser sintética: el menor número posible de relaciones debe abarcar la generalidad del fenómeno.

Por otra parte, en la expresión del modelo, los términos tienen un significado específico. Por ello, para que una expresión sea modelo, debe contextualizarse. El contexto genera los significados y determina la diferencia entre una fórmula y un modelo.

En el desarrollo de esta alternativa hemos identificado familias de problemas que corresponden a diferentes niveles escolares en dos aspectos: la complejidad de las matemáticas involucradas y el sentido que los problemas propuestos a los estudiantes puedan tener. La elección de los problemas está determinada por:

1. El significado que éstos tengan para los estudiantes; deben constituirse en un reto, en una situación que si bien no se ha resuelto (novedad), íntimamente se piensa que es posible hacerlo. Es como si trabajásemos en la *Zona de desarrollo próximo* definida por Vigotsky.
2. Las búsquedas de solución. Deben entrar en juego temas matemáticos importantes, tanto al nivel algorítmico como de pensamiento: simetrías, recurrencias, proporcionalidades, inducción, lógica, entre otras.
3. La construcción de disposiciones características del pensamiento matemático, el placer de enfrentarse a un problema, la posibilidad de trabajar en grupo, la convicción de que la matemática es un universo que puede regularizarse, etc.
4. El ejercicio de la polémica y la argumentación frente a opciones de solución a los problemas y, con ello, el reconocimiento del otro, el respeto y la conciencia de la diversidad.

Con frecuencia, en medio de estas actividades, surge la necesidad de actualización en aspectos de la operatoria y la ejercitación. Sorprendentemente, los ejercicios de mecanización (como las identidades trigonométricas) suelen constituirse en retos que quieren ser resueltos por muchos estudiantes.

A continuación veremos un ejemplo de actividad de cómo es posible construir conocimiento.

El *Salto de la rana*

El juego, el *Salto de la rana*, se puede realizar con bolitas de papel, botones o guijarros de dos colores. Se coloca igual número de fichas, a lado y lado de un espacio libre. El objetivo es hallar la menor cantidad de movimientos que permita intercambiar las posiciones de las fichas.

Las reglas

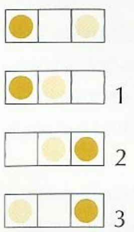
1. Mover sólo una ficha al espacio vacío.

2. Saltar sobre una ficha a un espacio vacío situado inmediatamente después de ésta.

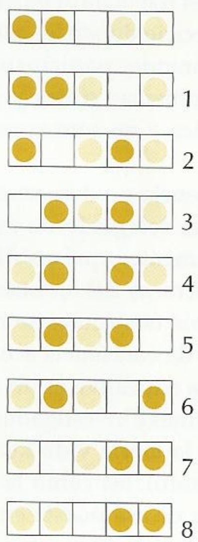
Una vez los estudiantes se familiarizan con el juego se plantea, de manera general, la situación: *Hallar una regla que permita establecer el menor número de movimientos independiente del número de fichas.*

Solución 1. Simetrías.

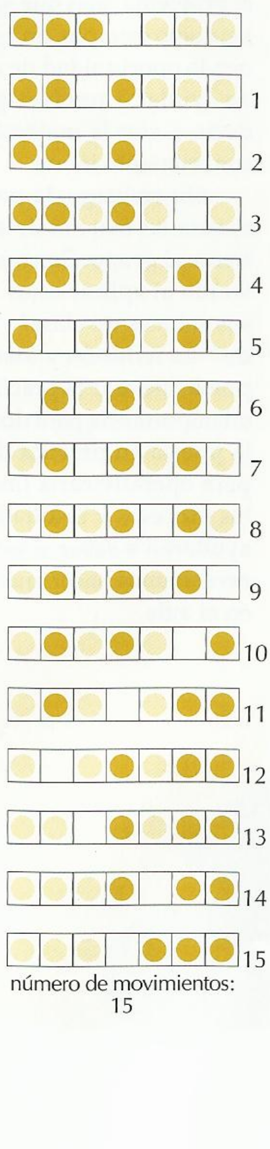
En la solución simétrica, los niños realizan la configuración gráfica de cada uno de los movimientos cuando hay una, dos, tres o más fichas en cada lado del espacio. Posteriormente descubren regularidades como:



número de movimientos: 3



número de movimientos: 8



número de movimientos: 15

1. En la columna del centro, las fichas deben ser de un solo color.
2. En la columna central, al principio y al final hay un espacio (para mayor número de fichas, habrá tres fichas del mismo color y un espacio).
3. En la primera columna, hay un espacio; en la segunda, dos espacios, y así sucesivamente hasta llegar a la central, donde hay mayor número de espacios. Luego el número de espacios decrece, llegando de nuevo a un espacio en la columna final.
4. Las fichas de arriba son las mismas que las de abajo, pero al revés (asimetría bilateral arriba-abajo).
5. Las fichas de los lados son las mismas, pero al revés (asimetría bilateral derecha-izquierda).

Se evidencia fuertemente el concepto matemático de simetría, y se establecen claramente relaciones estéticas de algo bien proporcionado y equilibrado.

Solución 2. Interacción.

En primer lugar, los estudiantes elaboran una tabla:

N° de fichas	N° movimientos
1 y 1	1 + 1 + 1 = 3
2 y 2	2 + 2 + 3 + 1 = 8
3 y 3	3 + 3 + 8 + 1 = 15
4 y 4	4 + 4 + 15 + 1 = 24

En esta solución, se ve una situación muy importante en matemáticas: la recurrencia. Un objeto es recurrente si en parte está formado por sí mismo, o si existe como una realimentación que implica la continua reabsorción de lo que ocurrió antes. La recurrencia aparece en fenómenos como: los sistemas meteorológicos, la inteligencia artificial, y el reemplazo cíclico de las células de nuestro cuerpo.

En esta tabla, el número de movimientos cuando hay una ficha en cada lado del espacio vacío es 3. Este valor es retomado para hallar el número de movimientos cuando se tienen dos fichas en cada lado del espacio vacío. Como vemos, es sumado con el número de fichas de cada lado y el número 1, que es constante. La historia del fenómeno es utilizada para predecir los sucesivos.

Solución 3. Sucesiones.

En este caso, se traza una sucesión de números que indican la menor cantidad de movimientos cuando se tiene una, dos, tres o más fichas en cada lado del espacio vacío, de la siguiente manera:

N° fichas	1	2	3	4	5	6
Movimientos	3	8	15	24	35	48

Para obtener la cantidad de movimientos cuando se tiene una (1) ficha en cada lado del espacio, se multiplica el número *1* por *1 + 2*; esto da *3*.

Para obtener la cantidad de movimientos cuando se tienen dos (2) fichas en cada lado del espacio vacío, se multiplica el número *2* por *2 + 2;* esto da *8*.

En general, para saber el menor número de movimientos cuando hay n fichas a cada lado del espacio vacío, se multiplica n por $n + 2$.

Colofón

Las formas de ver el mundo son tan diversas como los individuos que en él existen. En esta situación problemática se han encontrado otras seis formas de resolverla, lo cual muestra la multiplicidad de maneras de enfrentar una situación particular.

Una pregunta que queda en el ambiente: ¿Qué hubiese sucedido si el maestro se limita a imponer su solución y los muchachos a repetirla? Seguramente se perderían en el mundo de lo absoluto, generado por las circunstancias que a ello conducen.

Creemos que en la clase de matemáticas se debe experimentar de manera viva la construcción intelectual y personal, en la medida en que los niños aprenden de sus propias posibilidades y de las de sus compañeros. En esta dinámica, el maestro construye vínculos afectivos e intelectuales, y supera la relación de códigos de una lista que suplanta a los individuos. n

Diálogo del conocimiento

La ponencia realiza un muy buen trabajo de reflexión sobre la práctica docente en la enseñanza de las matemáticas y de los mecanismos que la efectivizarían. Engarzada en la perspectiva constructivista de la enseñanza y del aprendizaje, sostiene la importancia de *hacer* que los estudiantes *construyan* el conocimiento, más que lo memoricen y lo adquieran de manera mecánica como algo abstracto y fuera de su vida real. Sobre todo, en la enseñanza de contenidos curriculares áridos como las matemáticas, esto se vuelve un desafío. Se proponen soluciones a partir del conocimiento que tiene el maestro sobre sus alumnos y de sus concepciones acerca de lo que son las matemáticas. Estas soluciones están basadas, entre otras cosas, en el trabajo en equipo, donde la intención es resolver el problema más que ganar una nota, en la búsqueda de diversas opciones para resolver el problema, más que en *la respuesta* al mismo. Se propone, como ejemplo, un ejercicio donde los estudiantes tienen la oportunidad de aprender participando con otros, de ayudar a resolver problemas reales y presentes; es decir, a *usar* la matemática y no sólo aprenderla como conocimiento inerte.

Sin embargo, la ponencia no deja en claro la experiencia en marcha de este colegiado de investigadores frente al grupo. Concretamente, ¿qué resultados han obtenido al aplicar estas técnicas del *aprender haciendo* en sus salones de clase? ¿Qué obstáculos se han enfrentado? La reflexión y toma de conciencia acerca de lo que puede mejorar la práctica educativa es un asunto de vital importancia para docentes e investigadores. Sin duda, la puesta en práctica de la teoría y de los mecanismos para operativizarla (método), así como la medición de los procesos y resultados de esa puesta en marcha, nos ayudarán a saber si estamos en el camino correcto o si necesitamos hacer ajustes a nuestra forma de intervenir en el aula.

Mtra. Ana Cázares Castillo.
Universidad Pedagógica Nacional, Unidad Ajusco, México.