



# Análisis transpositivo en los libros de texto para la enseñanza Secundaria en Argentina en los últimos ochenta años: reformas educativas y transformaciones en el saber

Transpositive Analysis in Secondary Education Textbooks in Argentina Over the Last Eighty Years: Educational Reforms and Transformations in Knowledge

Análise transpositiva nos livros didáticos para o ensino secundário na Argentina nos últimos oitenta anos: reformas educacionais e transformações no conhecimento

**Viviana Carolina Llanos\***   
**María Rita Otero\*\*** 

---

Para citar este artículo: Llanos, V.C. y Otero, M. R. (2024). Análisis transpositivo en los libros de texto para la enseñanza Secundaria en Argentina en los últimos ochenta años: reformas educativas y transformaciones en el saber. *Revista Colombiana de Educación*, (93), 7-36. <https://doi.org/10.17227/rce.num93-17006>

---



Recibido: 06/07/2022  
Evaluado: 25/04/2024

pp. 7-36

N.º 93

7

---

\* Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), UNICEN, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Argentina. [vcllanos@niecyt.exa.unicen.edu.ar](mailto:vcllanos@niecyt.exa.unicen.edu.ar)  
\*\* Núcleo de Investigación en Educación en Ciencia y Tecnología (NIECyT), UNICEN, Consejo Nacional de Investigaciones Científicas y Técnicas (CONICET), Argentina. [rotero@niecyt.exa.unicen.edu.ar](mailto:rotero@niecyt.exa.unicen.edu.ar)

## Resumen

Se analizan 188 libros de texto de matemáticas para la escuela Secundaria en Argentina, editados entre 1940 y 2020. Los libros inicialmente se clasifican en cuatro periodos determinados principalmente por las grandes reformas educativas en Argentina, que inciden en la necesidad de modificar los libros vigentes. Se adopta la teoría antropológica de lo didáctico (TAD), especialmente las nociones de transposición didáctica, praxeología y escala de los niveles de codeterminación didáctica para describir los cambios y las transformaciones de las praxeologías relacionadas con las funciones polinómicas de segundo grado. El análisis permite identificar que los grandes cambios no ocurren con relación al conjunto de saberes que se propone estudiar, sino con una transformación en el tratamiento de estos, conforme se adaptan los libros a las características actuales.

## Palabras clave

libros de texto; saber; matemática; escuela secundaria; reformas educativas

## Keywords

textbooks; knowledge; mathematics; secondary school; educational reforms

## Abstract

A total of 188 mathematics textbooks for secondary school in Argentina, published between 1940 and 2020, were analyzed. These textbooks are initially classified into four periods determined by the major educational reforms in Argentina, which necessitate modifications to existing textbooks. The Anthropological Theory of Didactics (ATD) is adopted, especially the notions of didactic transposition, praxeology, and the scale of the levels of didactic codetermination, to describe the changes and transformations in praxeologies related to second-degree polynomial functions. The analysis identifies that significant changes do not occur in the set of knowledge proposed for study, but rather in the treatment of this knowledge, as the textbooks are adapted to contemporary characteristics.

## Resumo

Foram analisados 188 livros didáticos de matemática para escolas secundárias na Argentina, publicados entre 1940 e 2020. Os livros são inicialmente classificados em quatro períodos determinados principalmente pelas grandes reformas educacionais na Argentina, que incidem na necessidade de modificar os livros vigentes. Adota-se a Teoria Antropológica do Didático (TAD), especialmente as noções de transposição didática, praxeologia e escala dos níveis de codeterminação didática para descrever as mudanças e transformações das praxeologias relacionadas às funções polinomiais de segundo grau. A análise permite identificar que as grandes mudanças não ocorrem em relação ao conjunto de saberes proposto para estudo, mas sim com uma transformação no tratamento desses saberes, conforme os livros se adaptam às características contemporâneas.

## Palavras-chave

livros didáticos; saber; matemática; escola secundária; reformas educacionais

## Introducción

La textualización es uno de los principales vehículos a través de los cuales se producen efectos transpositivos (Chevallard, 1985). En particular, cuando ocurren reformas educativas, los fenómenos transpositivos se incrementan debido a que las reformas se difunden principalmente por medio de cambios en los diseños curriculares y la renovación de los libros escolares. Específicamente en Argentina, las sucesivas reformas educativas se vinculan con necesidades educativas como la que instala el Plan Rothe, y también la reforma de las matemáticas modernas en Francia (Santaló, 1966; Míguez, 2014; Southwell y Arata, 2011) que originaron cambios en el saber y, por tanto, en la textualización.

En trabajos anteriores analizamos diversas características de los libros escolares para el nivel secundario de la educación, relacionadas con modificaciones relativas al conocimiento matemático y físico, a las imágenes, y a la argumentación en matemática (Otero y Llanos, 2019; Llanos y Otero, 2018; Otero, Moreira y Greca, 2002). En esta investigación consideramos los libros escolares de matemáticas para la escuela Secundaria, editados en los últimos 80 años, a partir de una muestra intencional de 188 libros. Por tratarse de un análisis de las transformaciones de las praxeologías incluidas en los libros a lo largo del tiempo, se seleccionan intencionalmente las relacionadas con las parábolas, ya sea que estas se consideren funciones polinómicas o ecuaciones cuadráticas en dos variables, según el año de edición de los libros.

Se reconocen varias investigaciones que analizan libros de texto según las reformas educativas. Entre ellas se encuentran la de Santiago (1995), quien refiere en sus resultados a un *deterioro* en el tratamiento de los saberes de los libros como consecuencia de las reformas, otras que proponen “guías útiles” y recomendaciones a la hora de seleccionar un libro de texto (Castillo *et al.*, 2022); y con relación a la función polinómica de grado 2 que es la praxeología seleccionada en este trabajo. Vivas (2010) y Gómez y Carulla (1999) señalan también una declinación de este saber, y lo hacen según un análisis basado en los sistemas de representación: verbal, simbólico, gráfico, geométrico y numérico. A diferencia de estas investigaciones, aquí el análisis del saber se realiza con base en los desarrollos del marco teórico de la Teoría Antropológica de lo Didáctico (TAD) (Chevallard, 1985, 1999, 2001, 2013), que resulta particularmente apropiado para el estudio de los libros de texto, gracias a las nociones de *transposición didáctica*, *praxeología* y *condición antropológica*; esta última, cabalmente expresada por la denominada escala de los niveles de codeterminación didáctica. Las preguntas que orientan la investigación son: ¿cuáles son las transformaciones del saber matemático a enseñar considerado en los libros

de texto que emergen de las reformas educativas en Argentina?; ¿cómo interpretar esos efectos transpositivos a partir de la escala de los niveles de codeterminación didáctica y qué consecuencias didácticas entrañan?

En este sentido, se analizan los problemas vinculados a la transformación del saber en el tiempo, dado que en trabajos anteriores (Llanos y Otero, 2018; Otero y Llanos, 2019) hemos analizado los cambios en la argumentación y en el uso de las imágenes. A diferencia de los estudios previos, proponemos aquí discutir los cambios de un saber en el tiempo, producto de las transformaciones que se instalan con cada reforma educativa en los últimos ochenta años.

## La concepción antropológica de la didáctica: transposición, praxeologías y niveles de codeterminación didáctica

La TAD sitúa a la didáctica en el campo de la antropología del conocimiento (Chevallard, 1985), es decir, en el estudio de cómo las culturas producen y difunden los conocimientos. En consecuencia, frente a la pregunta “¿dónde se encuentran los hechos didácticos?”, la TAD responde que ellos están en todas las situaciones sociales. No hay instituciones ni actividades privilegiadas; es decir, la actividad matemática y la actividad científica son solo un elemento más entre el vasto conjunto de los diversos tipos de actividades humanas. En la TAD, el adjetivo *didáctico* se aplica a cualquier acción intencional de ayudar a alguien a estudiar algo. En todo hecho didáctico, existe una terna de conjuntos: la institución que enseña Y, la que aprende X, y lo que va a ser enseñado y aprendido.

En las formulaciones sucesivas de la teoría de la transposición didáctica (TTD), Chevallard (1985, 1992) sentó las bases de los problemas de lo que hoy conocemos como la TAD (Chevallard, 2007):

El proceso de transposición didáctica se refiere a las transformaciones que un objeto o un cuerpo de conocimiento experimenta desde el momento en que se produce, se pone en uso, se selecciona y se diseña para ser enseñado, hasta que realmente se enseña en una institución educativa determinada. (Chevallard y Bosch, 2014, p. 170)

El saber se produce y se comunica en una cierta comunidad científica de referencia. Esta es una primera fase del proceso transpositivo. Una segunda etapa de la transposición se desarrolla en una entidad teórica que Chevallard denomina metafóricamente *noosfera*. Aquí se selecciona el saber propuesto para ser enseñado. Los representantes de la política, de las asociaciones gremiales de docentes, los expertos que representan al saber, los empresarios, los padres, las instituciones religiosas, los expertos

en currículum, etc., integran esa *noosfera*. Un ejemplo de febril actividad de la *noosfera* en Argentina ocurrió con la Ley Federal de Educación en la década de 1990. El poder transpositivo de la *noosfera* se ejerció de tal manera que los contenidos para la educación Preescolar, Primaria y Secundaria, así como para la formación de maestros y profesores, se escribieron y sancionaron por ley (Otero, 2021). Así, por ejemplo, el Congreso de la Nación legisló que las ecuaciones diferenciales debían enseñarse en la escolaridad Secundaria. Del mismo modo, esta última fue excluida de la enseñanza del francés y se redujeron las horas destinadas a enseñar física, a su mínima expresión.

Ahora bien, aunque se disponga de un currículum nacional y federal, e incluso de programas oficiales jurisdiccionales, en cada institución educativa de Argentina se diseñan, seleccionan y formulan legítimamente otros saberes, que originan otros programas. Esta es la tercera fase del proceso traspositivo, que conlleva una gran variedad de intersticios y matices. El saber propuesto para enseñar resulta nuevamente transformado para tornarlo enseñable, y de allí, en enseñado. Por último, el resultado de la enseñanza se plasma en el saber aprendido, que naturalmente, suele distar bastante de aquello que fue enseñado (Otero, 2021).

¿Cuál es el saber de referencia respecto del cual se estudian los efectos traspositivos que son de hecho, inevitables e incontrolables? Chevallard (2007) señala reiteradamente que no existe una *referencia privilegiada* a partir de la cual el didacta observe, analice y juzgue el mundo de los saberes. El *saber sabio* es una función, no una sustancia; en tal sentido, deberá ser transformado para volverse objeto de enseñanza. El didacta debe tomar distancia, independizarse de dicho saber de referencia (Chevallard, 2007). En consecuencia, el saber escolar no puede considerarse una declinación del saber académico, ni como su versión light. El saber escolar tiene un modo de funcionamiento propio, diferente del saber sabio, por eso hay transposición. La transposición didáctica evidencia la relatividad institucional del saber, y expande el sentido de la transposición, al asumir la existencia de una transposición institucional. El saber migra de una institución a otra, si se adapta y se transforma, sobrevive, y si no lo hace, muere.

Existen numerosos ejemplos de obras que, aun estando presentes en el currículum por designio de la *noosfera*, jamás se encuentran entre los saberes enseñados. La transposición didáctica y el análisis de los saberes sacan a la luz la necesidad de analizar la existencia diferentes formas de hacer funcionar el saber, una que es propia del saber sabio y la otra, que corresponde al saber escolar.

La TAD propone así una reformulación de la didáctica y de su objeto de estudio. Desde esta perspectiva, la didáctica amplía sus horizontes, y se ocupa del estudio de la difusión (o la no difusión) de los saberes en las instituciones de una sociedad, o más ampliamente de una civilización, donde la escuela es solo una institución más a considerar (Chevallard, 2007). El objeto de estudio de la didáctica va mucho más allá de la enseñanza en un aula en una cierta escuela, involucra a las instituciones sociales, y no solo a las personas, lo que se difunde, o no, son los saberes, en cuanto productos culturales. Esta es la condición antropológica a partir de la cual la TAD desarrolla instrumentos para analizar y explicar los procesos traspositivos.

Para generalizar y describir a escala social, la relación de una persona ( $X$ ) con un objeto ( $O$ ), en el marco de una institución ( $I$ ), la TAD produce el instrumento teórico denominado praxeología. El término designa a un modelo único, con el cual es posible modelar cualquier actividad humana regularmente realizada (Chevallard, 1999). La palabra *regularmente* indica que una praxeología no es algo fortuito, sino que es ejecutado con relativa continuidad, y que tampoco es una actividad individual. La noción de *praxeología* expresa el carácter antropológico y pragmático de la TAD.

Es frecuente que Chevallard se refiera a las praxeologías como obras. En el ámbito de la TAD, *obra* u *obras* designan a cualquier creación humana, material o no, que ha sido producida deliberadamente para cumplir una función definida (Chevallard, 2013). Existen obras de *matemáticas, albañilería, física, química, biología, arte, etc.*, cuyo objetivo es alcanzar alguna función praxeológica, útil. En consecuencia, no habría razones para que una obra sea considerada *noble, loable o recomendable* en sí misma.

Una praxeología consiste en la unión de un componente de práctica, o praxis [ $T/\tau$ ], con otro de loges [ $\theta/\theta$ ], entendido como un discurso sobre la praxis, aun cuando este sea muy germinal, que describe y justifica una cierta actividad. Formalmente, una praxeología es una cuádrupla que se escribe [ $T/\tau/\theta/\theta$ ] cuyos componentes son:

1. Un tipo de tareas  $T$ ;
2. Una técnica  $\tau$ , es decir una manera de realizar las tareas del tipo  $T$ ;
3. Una tecnología  $\theta$ , es un *discurso racional* sobre la técnica  $\tau$ , que pretende justificarlo, hacerlo legítimo e inteligible.
4. Una teoría  $\theta$  que permite generar, legitimar y justificar  $\theta$  (Chevallard, 1999).

$T$ : una tarea, casi siempre supone un tipo de tareas asociado y se expresa por un verbo. Por ejemplo: hacer un asado, sumar dos fracciones, demostrar un cierto teorema, estacionar un automóvil, calcular la concentración de una solución, ajustar una ecuación química, describir

el movimiento de un objeto, resolver la ecuación  $x^2 - b^2 = c$ , etc. Demostrar, calcular, etc., no son tipos sino géneros de tareas, que necesitan un determinativo. Todo tipo de tareas ( $T$ ) es una construcción institucional, cuya reconstrucción en otra institución, por ejemplo, en una cierta aula escolar, es un problema completo y complejo, que es objeto de estudio de la didáctica.

$\tau$ : Se refiere a las técnicas o maneras de realizar las tareas del tipo  $T$ . En general hay más de una técnica y unas pueden ser más apropiadas que otras, siendo su alcance limitado. Las técnicas no son necesariamente algoritmos. En las instituciones sociales, suele reconocerse y naturalizarse solo un pequeño conjunto de técnicas relativas al tipo de tareas  $T$ , que pasan a considerarse autoevidentes, a la vez que se excluye a otras posibles técnicas alternativas. Por ejemplo, en la escuela Secundaria argentina, las raíces de una ecuación cuadrática en una variable se determinan casi exclusivamente usando la expresión designada en la jerga institucional como Bhaskara, o *fórmula resolvente*.

$\theta$ : tecnología es un discurso racional, o logos, sobre la técnica  $\tau$ , orientado a justificar que esta es eficaz para realizar las tareas del tipo  $T$ . Cada institución establece sus propias maneras de justificar. La tecnología tiene por objeto explicar y aclarar la técnica, estableciendo por qué ella es correcta o más potente y de mayor alcance que otra. Entonces, la tecnología tiene, o debería tener, la función de producir técnicas nuevas, ya sea por el cuestionamiento de las existentes, como por mostrar su inadecuación a variaciones de la tarea.

$\emptyset$ : El discurso tecnológico emite afirmaciones sobre las que se puede pedir una justificación, que demanda un nivel superior, como el de la teoría, de igual modo que las tecnologías justifican las técnicas.

Estas praxeologías, según el nivel de complejidad de sus componentes, se clasifican en puntuales, locales, regionales y globales (Chevallard, 1999). Las primeras se centran en un único tipo de tareas asociadas a una técnica. Cuando el bloque  $[T/\tau]$  se articula en torno a un discurso tecnológico común, se pasa a tener praxeologías locales, es decir los "temas" en que estructuramos la enseñanza en torno a una tecnología que sirve para justificar y producir las técnicas de todas las praxeologías puntuales que la integran. Y si las praxeologías locales se estructuran con base en una teoría, conforman praxeologías regionales que, en el caso de la matemática escolar, se designan generalmente como *bloques temáticos*.

Los efectos traspositivos que operan sobre el saber lo vuelven un término indispensable de la didáctica, y cuestionan el saber a enseñar, en lugar de invisibilizarlo o transparentarlo. Por ese motivo, el saber no puede reducirse a las características de lo que finalmente es propuesto para enseñar y es enseñado en el aula (Otero, 2021). En dicho análisis se

requiere involucrar otros niveles que se sintetizan en lo que se denomina en la TAD *escala de los niveles de codeterminación didáctica* (Chevallard, 2001) que incluye:

Humanidad ↔ Civilización ↔ Sociedades ↔ Escuelas ↔ Pedagogía ↔  
Disciplina ↔ Dominio ↔ Sector ↔ Tema ↔ Cuestión

En los niveles superiores de la escala opera la funcionalidad de la noósfera (Chevallard, 1985), y allí “se piensa la enseñanza”. Las producciones de la noósfera incluyen planes de estudios, programas de las asignaturas, libros de texto, materiales didácticos, investigaciones científicas desarrolladas en el seno de la comunidad, entre otras. En los niveles inferiores de dicha escala, Dominio↔Sector↔Tema↔Cuestión, se ubican los saberes matemáticos escolares. Estos no se estructuran como organización de organizaciones matemáticas (OM) locales; por tanto, no llegan nunca a constituirse de manera funcional en OM regionales ni globales. Las cuestiones matemáticas escolares aparecen como independientes y poco relacionadas entre sí, además de que están débilmente conectadas a los niveles superiores de organización de la escala (Bosch et al., 2003).

Cualquiera sea la actividad que se modele con una praxeología, ella se produce y existe en relación con una institución, sea o no educativa. Las personas se emocionan, sienten, perciben, piensan, toman decisiones y actúan en multiplicidad de situaciones, pero las praxeologías no se refieren a la dimensión personal, las mismas son el producto de una práctica colectiva en una institución. Las praxeologías retienen solo la actividad material, externa y prototípica de todos los usos posibles de un objeto, en una posición institucional.

## Metodología

Se seleccionaron intencionalmente 188 libros de texto de matemáticas para el nivel secundario, publicados entre 1940 y 2020. Se analizaron a partir de una categorización inductiva que contempla tres metacategorías de análisis: características de la argumentación (tipo de argumentación, inicio de la argumentación en cada capítulo y grado de argumentación, o *grado* de cuestionamiento producido en el libro); características de las imágenes y de los libros *per se* (periodos de edición, año de escolaridad, conocimiento matemático). Se efectúa una descripción de los libros, de las transformaciones identificadas con relación al conocimiento matemático, a la argumentación y al uso de las imágenes; lo que genera un primer análisis. Además, a los datos se le aplican técnicas multivariadas, específicamente el análisis factorial de correspondencias múltiples (AFCM) que permite una clasificación de los textos en clases, y también una

identificación de los libros prototípicos de cada periodo, que son los que se utilizan en este trabajo. Estos resultados se obtienen con el soporte del *software* estadístico SPAD®.

Inicialmente los libros se clasifican según el año de su primera edición y su pertenencia a cuatro periodos, relacionados con cambios sustanciales en ellos, determinados por las distintas reformas mundiales que afectan la textualización y la educación en general. La primera reforma educativa que se reconoce es la impulsada por la sanción del Plan Rothe<sup>1</sup> en 1940, implementado entre 1942 y 1946 en Argentina, y con vigencia de cincuenta años. Esta reforma incluye los libros del periodo 1 (1940-1973). Más tarde el impacto de la Reforma de las Matemáticas Modernas en EE. UU. y Europa, impactan en Argentina entre 1960 y 1975, y dichos cambios se describen en el periodo 2 (1974-1994). Las transformaciones generadas por la Ley Federal de Educación en 1993 se evidencian en los libros del periodo 3 (1995-2007). Posteriormente, la Ley de Educación Nacional, sancionada en 2006 en Argentina, revierte la reforma de 1993, y la textualización adaptada a dicha reforma corresponde a los textos del periodo 4 (2008-2020).

La educación en Argentina estuvo organizada a partir de cuatro niveles: inicial, primario, medio y superior. El nivel medio se estableció en la segunda mitad del siglo XIX con la creación de los colegios nacionales y escuelas Normales, y más tarde con el surgimiento de las escuelas de comercio y los colegios industriales, cada uno con características y fines distintos. Con el Plan Rothe, se propone un ciclo básico común a los estudios de bachillerato y magisterio, es decir, se unificaron los colegios nacionales y las escuelas Normales, en primera instancia, y más tarde también las escuelas de comercio y las industriales. Esta estructura tuvo una vigencia de cincuenta años y, más allá de posteriores modificaciones, sus rasgos lograron instalarse como parte de los sentidos hacia los que se habían orientado las decisiones políticas y pedagógicas en las primeras décadas del siglo XX.

Los lineamientos que se proponen con el Plan Rothe abarcan los dos primeros periodos considerados pero los cambios en la textualización afectan al periodo 1. La distinción entre los periodos 1 y 2 se debe a las repercusiones de las reformas de las Matemáticas Modernas (Santaló, 1996) y también al auge de la teoría de las situaciones didácticas (TSD) de Guy Brousseau (1998), que desde 1974 impactan en Argentina y afectan la textualización. Los orígenes de la TSD se remontan a los años 1970, época en la que en Francia empezó a constituirse la didáctica de las matemáticas

1 El plan recibe este nombre por el funcionario Guillermo Rothe, quien estaba al frente de la gestión del Ministerio de Justicia e Instrucción Pública de la Nación Argentina, cuando dicho plan es sancionado.

como disciplina científica, teniendo como representantes intelectuales a Guy Brousseau, Gérard Vergnaud, entre otros. Bajo estos cambios se identifican los períodos 1 y 2:

1. *Periodo 1*: 20 libros editados entre 1940 y 1973. Se encuentran los libros que definen los cambios que instala la textualización con el Plan Rothe, pasando de los libros de Aritmética, Geometría, Álgebra, Trigonometría, etc.; a la edición de libros para estudiar Matemática.
2. *Periodo 2*: 34 textos editados entre 1974 y 1994. A diferencia de los anteriores, estos libros adaptan el *saber* conforme a las características de la Matemática, según la Reforma de las Matemáticas Modernas. En este periodo “aparecen”, en muchos casos algunas situaciones que les dan sentido a las obras, al menos para iniciar los capítulos, como consecuencia del desarrollo de la TSD.

En 1993 se sanciona la Ley Federal de Educación. Hasta este momento, en Argentina, los niveles educativos previos al superior se organizaban a partir de un ciclo de nivel inicial de tres años no obligatorio, siete años de escuela primaria y cinco años correspondientes al nivel medio. Con la sanción de esa ley, la enseñanza primaria —denominada Educación General Básica (EGB)— se lleva a nueve años (EGB1 de 1.º a 3.er año, EGB2 de 4.º a 6.º año y EGB3 de 7.º a 9.º año), y la antigua Educación Secundaria de cinco años se reduce a tres, y se denomina polimodal, porque posee orientaciones o modalidades. Es decir, se reorganiza la Educación Secundaria y se eliminan también las antiguas modalidades y orientaciones. Con mayor impacto se instala la transferencia administrativa y económica de la Educación Primaria y Secundaria del Estado nacional a cada una de las 29 provincias de Argentina. Esto conduce a la atomización del sistema educativo en diversos subsistemas, a diferencias considerables entre las provincias con mejores condiciones económicas y las de menores recursos, que ahora deben sostener la educación con sus presupuestos, y al posterior fracaso, dado que la supuesta inclusión que se propone con una escuela primaria obligatoria de nueve años profundizó las diferencias entre los sectores sociales del país, en función del carácter asimétrico que asumió su implementación, a tal punto que muchos estudiantes no completaron este nivel educativo elemental. La reforma trae también una sustitución casi completa de los libros de la enseñanza Secundaria, que se reemplazan por los editados para la EGB3 y el polimodal, cuyo alcance es nacional y no se especifican diferencias en libros para cada provincia. Cabe aclarar que, a pesar de la generación de orientaciones, los libros de matemática son los mismos para todas ellas. Esta etapa constituye el periodo 3 del estudio:

3. *Periodo 3*: 84 textos editados entre 1995 y 2007. Se editan masivamente libros adaptados a la reforma con la intención de sustituir a los del periodo anterior. Se incluyen los libros hasta el 2007, porque en 2006 la ley fue derogada.

La Ley de Educación Nacional se sanciona en 2006. Se regresa a la estructura clásica en la organización para la Educación Primaria de seis años y de la Secundaria (que se constituye como el nivel medio) con seis a siete años, según la modalidad y jurisdicción provincial, pero que regula una organización mínima de saberes que deja de ser específico de las provincias, y se plantea algo general. Esta reforma vuelve a afectar a la textualización, pero a diferencia de otros periodos, la mayoría de los textos son avalados por el Ministerio de Educación de la Nación Argentina.

4. *Periodo 4*, 50 libros editados entre 2008 y 2020. Se identifican aquí los textos sugeridos por el Ministerio de Educación para el nivel secundario actual.

Respecto a la muestra seleccionada para el análisis, es importante mencionar que, en los dos primeros periodos, los libros escogidos casi se corresponden con el universo disponible, ya que, en los primeros cincuenta años considerados, la cantidad de libros existentes resultaba limitada por las características propias de la industria editorial, que se fueron modificando considerablemente con el desarrollo de las tecnologías de la información y de las comunicaciones (TIC). Las reformas que se gestan en el país en 1990, y más tarde la de 2007, producen una edición masiva de libros de texto, motivo por el cual, entre los ejemplares disponibles en estos últimos dos periodos, se seleccionaron los que mejor describen el conjunto, según el criterio de saturación teórica; es decir, no se incorporan textos al análisis cuando no agregan información. Por otro lado, desde el periodo 2, los libros son considerados *universales*, dado que con la reforma que se instala con el Plan Rothe, no solo desaparece el estudio por áreas y corresponde estudiar matemática, sino que los bachilleratos se plantean con orientaciones diferentes, y los títulos se otorgan con mención a dichas orientaciones, entre ellas: letras, ciencias biológicas, ciencias fisicomatemáticas, agraria, docencia, perito mercantil, metalúrgica, aviación, etc.

Actualmente, la escuela Secundaria Superior en Argentina se organiza también en torno a once orientaciones: agro y ambiente, arte, ciencias naturales, ciencias sociales y humanidades, comunicación, economía y administración, educación física, informática, lenguas, literatura, turismo. Pero la matemática propuesta en cada orientación no cambia, es parte de la formación común, y en este sentido también los libros actúan como *universales*, dado que no se editan para alguna orientación en particular. También en el periodo 1 los libros para estudiar Álgebra, Aritmética,

Geometría, etc., son los disponibles y los que aparecen como recomendados en los planes de las Escuelas Nacionales, de Comercio y Normales, por ejemplo; aun cuando los perfiles de dichas escuelas tienen alcances y objetivos muy diferenciados. Esto explicaría que los cambios en los libros se producen con las reformas y a la vez son únicos para cualquier orientación en el nivel medio.

Por otro lado, y por tratarse de un análisis transpositivo, es fundamental seleccionar una praxeología local y analizar sus transformaciones en cada periodo. Una praxeología local que permaneció en el currículum y en los libros durante los ochenta años considerados en el análisis, y dicha praxeología corresponde a lo que usualmente se denomina *función cuadrática o función polinómica de segundo grado*. En los primeros programas o diseños curriculares (los del periodo 1) aparece como parábola propiamente dicha o ecuación cuadrática; sucesivamente fue cambiando, y en los dos últimos periodos, directamente se la designa *función polinómica de grado 2*. Esto no se debe a un simple cambio de denominación, sino que tiene implicancias directas en el tratamiento del saber, por ejemplo, en lo relativo a la parábola y sus puntos notables. En los dos últimos periodos, el estudio de la función polinómica de grado 2 se realiza a partir de la fórmula en la forma polinómica de dicha función; en ocasiones, las representaciones analíticas equivalentes, mientras que la gráfica se reduce a una tabla de valores para conocer algunos puntos y graficar.

Frente a la pregunta “¿Por qué analizar aquí las transformaciones de la praxeología local función polinómica de grado 2 y no otra que ha permanecido en el tiempo?”, podemos decir que esto se corresponde con el énfasis con que esta praxeología *aparece* de algún modo en el diseño curricular actual de la escuela Secundaria de la Provincia de Buenos Aires, dentro del bloque denominado Álgebra y Estudio de Funciones, que es transversal a cuatro de los seis años de la escuela Secundaria. En 3.<sup>er</sup> año (estudiantes entre 14 y 15 años) se propone como un ejemplo de funciones a estudiar a partir de fórmulas, tablas y gráficos, y en el dominio del “estudio de funciones”, que incluye análisis de dominio, imagen, conjuntos de positividad y negatividad, ceros, máximo o mínimo a partir de *observar* una representación gráfica dada, según se propone como modelo en el mismo programa. En 4.<sup>o</sup> año (estudiantes entre 15 y 16 años) se prescribe estudiar: ecuaciones de segundo grado, funciones cuadráticas (lectura de gráficos y dominio, expresiones algebraicas equivalentes de la función cuadrática). En 5.<sup>o</sup> año (16 a 17 años) se deben estudiar las funciones polinómicas: ceros, gráficos; entre las cuales se incluyen también las de grado 2. En 6.<sup>o</sup> año (estudiantes entre 17 y 18 años) se indica “estudio completo de funciones sencillas” y nuevamente las funciones polinómicas de grado 2 son reencontradas. Es decir que fácticamente esta praxeología se repite en el currículo de la escuela Secundaria, sin distinción de orientaciones

y sobrevive a todas las reformas; por tal razón, resulta apropiada para analizar cómo su estudio se propone y transforma en los libros escolares durante ochenta años.

El libro de texto es una referencia privilegiada para el profesor, no solo para la preparación de sus clases sino como un recurso para la clase en el aula. Los profesores o bien seleccionan un único libro, o proponen una recopilación que incluye partes de libros. Las actividades que proponen a sus estudiantes están incluidas en los libros o en sus propios trabajos prácticos que en general se constituyen a partir de la recopilación de estos; situación que se confirma en una investigación que recaba información acerca de los recursos que los profesores utilizaron para desarrollar la enseñanza en línea, donde estos reconocen que los recursos son los mismos, solo que los digitalizaron para tal fin. Con relación al año de la escolaridad para el que están dirigidos los libros de texto, la totalidad se organiza en torno a una clasificación determinada por lo que actualmente se reconoce como el ciclo básico (libros dirigidos a estudiantes entre 12 y 14 años), el ciclo superior de la Enseñanza Media (entre 15 y 17 años) y los libros de preparatoria para el ciclo superior (alrededor de 18 años). Los resultados de la investigación (Llanos y Otero, 2018) confirman que el año de escolaridad no es una característica significativa a la hora de definir el libro de texto. Por otro lado, teniendo en cuenta que las reformas educativas instalan modificaciones en los diseños curriculares con relación a la organización del saber, pero no con relación a los saberes que finalmente se incluyen en los mismos, por tratarse de un estudio traspositivo carece de considerar el año es escolaridad al análisis.

## Análisis praxeológico en los libros de texto

Se utiliza como instrumento para sintetizar los resultados del análisis la tabla 1, en la cual se ubican los componentes del bloque práctico-técnico y tecnológico-teórico, además del periodo de edición y el tipo de texto en cada periodo.

**Tabla 1**

*Análisis para cada periodo*

Periodo de edición				
Tipo de texto				
Nombre dado a la praxeología	Géneros de tareas	Tipos de tareas	Técnicas	Elementos tecnológicos-teóricos

Inicialmente se identifica el periodo de edición de los libros y el “tipo de texto”, lo que permite diferenciar entre los libros para estudiar —libros que informan—, a diferencia de lo que denominamos aquí *carpetas de*

*actividades*. En la columna 1 se explicitan las praxeologías locales incluidas en el texto: parábola, ecuación de la parábola, funciones polinómicas de grado 2 o función cuadrática, ecuación polinómica de grado 2, representaciones analíticas equivalentes, etc. La columna 2 informa acerca de los géneros de tareas que proponen los capítulos de los libros de texto seleccionados, por ejemplo: calcular, graficar, demostrar. La columna 3 considera los tipos de tareas ( $T_i$ ) vinculados a los géneros de la columna anterior. La columna 4 incluye las técnicas ( $\tau_i$ ) propuestas para resolver las tareas mencionadas antes. La última columna se refiere a las tecnologías y teorías que justifican el bloque práctico-técnico.

## Análisis de los libros escolares

En la tabla 2, se sintetizan las características generales de los libros en cada periodo. En primera instancia se completa la tabla y se detallan los componentes ausentes del bloque práctico-técnico o tecnológico-teórico que se pierden y ya no están en los libros, los cuales fueron indicados con “no se encuentra” o “sustituido por”. Esta descripción, a modo de análisis de la tabla para cada periodo, se corresponde estrictamente con la noción de praxeología local [ $T_i/\tau_i/\theta/\theta$ ].

**Tabla 2**

*Análisis praxeológico de cada periodo*

Nombre de la praxeología local	Géneros de tareas	Tipos de tareas	Técnicas	Elementos tecnológicos-teóricos
<b>Periodo I (1940-1973)</b>				
<b>Tipo de texto: Sistema de información</b>				
Parábola	Construir (geométricamente).	$T_1$ : construcción mecánica de una parábola. $T_2$ : construir una parábola por puntos.	$\tau$ : utilizando regla, compás y cuerdas de distinta longitud. $\tau$ : trazar una perpendicular a $d$ . $\tau$ : utilizar noción de distancia para determinar $F$ . $\tau$ : rectas paralelas, radio de circunferencia con centro en $F$ para obtener puntos $p$ .	$\theta$ : definición de lugar geométrico de la parábola. Elementos fundamentales. Propiedades para la construcción de las parábolas.

Nombre de la praxeología local	Géneros de tareas	Tipos de tareas	Técnicas	Elementos tecnológicos-teóricos
Ecuación de la parábola (con eje de simetría paralelo a los ejes).	Analizar, probar, construir, calcular.	$T_3$ : analizar la ecuación de la parábola $y^2 = 2px$ $x^2 = 2py$	$t$ : identificar $F$ y $d$ . $t$ : medir la distancia entre dos puntos $t$ : transformar en producto la diferencia de cuadrados. $t$ : construir (geométricamente) la parábola.	$\Theta$ : definición de la ecuación de una parábola para $V=(0;0)$ y $F=(\frac{p}{2}; 0)$ y $F=(0; \frac{p}{2})$ respectivamente. Definición de ecuación de una parábola para $V=(h;k)$ y $F=(p/2+h;k)$ . Propiedades y características de la curva.
Función polinómica de segundo grado en una variable	Construir, analizar, calcular, resolver.	$T_5$ : representar las funciones de la forma $y = ax^2 + bx + c$ , $a \neq 0$ . $T_6$ : calcular las coordenadas del vértice, ecuación del eje, valor de los parámetros, $F$ y $d$ . $T_7$ : analizar las transformaciones para: (i) $a \neq 0$ y $b=c=0$ , (ii) $a, c \neq 0, b=0$ y (iii) $a, b \neq 0, c = 0$ . $T_8$ : resolver gráficamente las ecuaciones: $ax^2 + bx + c = 0$	$t$ : extraer factor común $a$ . $t$ : completar cuadrados del binomio $x + \frac{b}{2a}$ $y = \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a}\right)$ $t$ : binomio suma cuadrado: $y = a \left[ \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a} \right]$ $t$ : simplificar y propiedad distributiva de $a$ ; $y + \frac{b^2 - 4ac}{4a} = a \left(x + \frac{b}{2a}\right)^2$	$\Theta$ : definición de la función polinómica de grado 2. Condiciones de validez de la fórmula. Determinación de sus elementos fundamentales: Vértice $V = \left(-\frac{b}{2a}; -\frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ Eje de simetría $x = -\frac{b}{2a}$ Parámetro $p = \frac{1}{2a}$ Foco $F = \left(-\frac{b}{2a}; \frac{1}{4a} - \frac{b^2 - 4ac}{4a}\right)$ Directriz $d$ , recta $y = -\frac{1}{4a} - \frac{b^2 - 4ac}{4a}$ Intersección con el eje $x$ : $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Nombre de la praxeología local	Géneros de tareas	Tipos de tareas	Técnicas	Elementos tecnológicos-teóricos
<b>Periodo 2 (1974-1994)</b>				
<b>Tipo de texto: libros para estudiar</b>				
Gráfica de la función polinómica de grado 2	Graficar, analizar, observar.	$T_1$ : sea $f: X \rightarrow \mathbb{R}$ , $f(x) = ax^2 + bx + c$ , con $a \neq 0$ , $x \in \mathbb{R}$ . Graficar $f$ .	$\tau$ : generar una tabla de valores. $\tau$ : graficar los puntos en un sistema de ejes cartesianos.	$\Theta$ : definición de las funciones polinómicas de grado 2. Condiciones de validez de la fórmula.
		$T_2$ : analizar las variaciones de la parábola matriz $y = ax^2$ , con relación a los parámetros $a, b$ y $c$ .	$\tau$ : variar los parámetros de $a$ uno. $\tau$ : observar las gráficas.	Análisis de la variación de las gráficas para cada parámetro. Forma canónica de la función polinómica de grado 2.
Ecuaciones polinómicas de segundo grado: solución analítica	Analizar, obtener, determinar.	$T_3$ : dada una función en la forma canónica obtener la forma polinómica.	$\tau$ : binomio cuadrado. $\tau$ : factor común por grupos.	$\Theta$ : definición de las formas polinómica, canónica y factorizada.
		$T_4$ : dada una función en la forma polinómica obtener las formas canónica y factorizada.	$\tau$ : completar el trinomio. $\tau$ : factorizar el trinomio cuadrado perfecto. $\tau$ : despejar $x$ , $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ Para la forma canónica: $\tau$ : de la expresión general, sustituir: $h = -\frac{b}{2a} y$ $k = -\frac{b^2}{4a} + c$	$\Theta$ : definición de cada $\tau$ y de una ecuación polinómica de segundo grado. Demostración de la fórmula de Bhaskara. Definición de las relaciones que vinculan el eje de simetría, $V$ , ceros con los coeficientes de las formas polinómica, canónica y factorizada.
Ecuaciones polinómicas de segundo grado: solución gráfica	Graficar, analizar, determinar.	$T_5$ : graficar la función.	$\tau$ : tabla de valores. $\tau$ : $f(x_0) = 0$ . $\tau$ : identificar los puntos de corte de la parábola con el eje $x$ .	$\Theta$ : definición de cero o raíz. Propiedades de las raíces. Demostración de las propiedades suma de raíces y producto de las raíces.

Nombre de la praxeología local	Géneros de tareas	Tipos de tareas	Técnicas	Elementos tecnológicos-teóricos
<b>Periodo 3 (1995-2007)</b>				
<b>Tipo de texto: Libros para completar / Carpetas de actividades</b>				
Función cuadrática	Identificar, observar, indicar, graficar.	$T_1$ : dada la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ , identificar los parámetros y graficar.	$\tau$ : construir tabla de valores. $\tau$ : graficar los puntos en un sistema de ejes cartesianos.	$\Theta$ : se sustituye por: "Los gráficos de las funciones cuadráticas tienen siempre un eje de simetría vertical". "El vértice es el punto donde la parábola corta al eje de simetría".
		$T_2$ : analizar el desplazamiento vertical y horizontal de $f(x) = x^2$	$\tau$ : observar las gráficas. $\tau$ : identificar las unidades de desplazamiento.	$\Theta$ : fórmula de la parábola desplazada $g(x) = (x - p)^2 + k$ ; donde $p$ indica el desplazamiento horizontal y $k$ el vertical.
Ecuaciones cuadráticas	Hallar.	$T_3$ : hallar los ceros de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ con $a \neq 0$ .	$\tau$ : despejar $x$ si es posible. $\tau$ : reemplazar las letras en la fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $\tau$ : si $b=0$ , despejar $x$ directamente. $\tau$ : si $c=0$ , sacar factor común $x$ .	$\Theta$ : se sustituye por: "Todas se pueden resolver aplicando la fórmula resolvente".
Discriminante	Identificar.	$T_4$ : identificar el tipo de raíces de la función $f$ .	$\tau$ : $\Delta = b^2 - 4ac$ .	$\Delta > 0$ : la ecuación tiene dos raíces reales distintas. $\Delta < 0$ : la ecuación no tiene raíces reales. $\Delta = 0$ : la ecuación tiene una única raíz real.
Forma canónica	Obtener.	$T_5$ : obtener la fórmula canónica, dado el vértice y un punto.	$\tau$ : reemplazar las coordenadas del vértice en la fórmula. $\tau$ : verificar con el punto que $a=1$ . $\tau$ : no se propone para $a \neq 1$ .	$\Theta$ : se sustituye por la fórmula.

Nombre de la praxeología local	Géneros de tareas	Tipos de tareas	Técnicas	Elementos tecnológicos-teóricos
Forma factorizada	Obtener.	$T_6$ : obtener la forma factorizada utilizando la fórmula resolvente.	$r$ : calcular los valores de $x$ : $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $r$ : reemplazar en la fórmula.	$\Theta$ : se sustituye por la fórmula.

#### Periodo 4 (2008-2020)

##### Tipo de texto: carpetas de actividades

Función cuadrática	Identificar, observar, indicar, graficar.	$T_7$ : graficar la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ . $T_8$ : señalar el vértice y el eje de simetría de una función cuadrática.	$r$ : construir tabla de valores. $r$ : graficar los puntos en un sistema de ejes cartesianos.	$\Theta$ : se sustituye por: "Cada parábola presenta un eje de simetría vertical y sobre él, un punto llamado vértice en el que la curva pasa de ser creciente a decreciente y viceversa".
--------------------	---	--	---	--

Forma canónica	Hallar.	$T_9$ : hallar la fórmula canónica, dado el vértice y un punto.	$r$ : reemplazar las coordenadas del vértice en la fórmula. $r$ : no se propone para $a \neq 1$ .	$\Theta$ : se sustituye por: "Si se conoce el vértice de una función cuadrática, podemos obtener su fórmula en la forma canónica".
----------------	---------	---	--	--

Ecuaciones cuadráticas	Hallar.	$T_{10}$ : hallar los ceros y el vértice de la función $f(x) = ax^2 + bx + c$ .	$r$ : reemplazar $a, b$ y $c$ en la fórmula $x = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$ $r$ : calcular $x_v = -\frac{b}{2a}$ e $y_v = \frac{c}{a}$ .	$\Theta$ : se sustituye por las fórmulas.
------------------------	---------	---	---	---

$r$ : identificar la ordenada al origen $f(x) = c$ $r$ : buscar el simétrico: $x^2 + bx + c = c$ $x(x + b) = 0$ $x = 0 \text{ y } x = -b$ $x_v = \frac{0 + (-b)}{2}$ $f(x_v) = y_v$ $r$ : igualar a 0 la forma canónica: $(x - x_v)^2 + y_v = 0$ .	$\Theta$ : se sustituye por: "Si la función está expresada en forma polinómica, buscamos el simétrico de la ordenada al origen y obtenemos los ceros y el vértice".
---	---

Nombre de la praxeología local	Géneros de tareas	Tipos de tareas	Técnicas	Elementos tecnológicos-teóricos
Forma factorizada	Obtener.	$T_6$ : obtener la forma factorizada utilizando la fórmula resolvente.	$\tau$ : reemplazar los ceros en la fórmula en la forma factorizada ( $\alpha = 1$ ).  $\tau$ : <b>no se propone</b> para .	$\Theta$ : se sustituye por la fórmula.

En los libros del periodo 1, asumiendo la definición de praxeología, podemos decir que la propuesta de estudio se realiza de manera completa, en torno a las praxeologías locales *lugar geométrico de la parábola*, *ecuación de la parábola con eje simetría paralelo a los ejes* y *función polinómica de segundo grado en una variable*. Las mismas se desarrollan por recurrencia a técnicas de geometría sintética y analítica, álgebra, aritmética. Entre los principales *géneros de tareas* se identifican: construir, demostrar, analizar, probar, calcular, resolver. Los componentes de la praxeología que predominan son:

1.  $T$ : construir una parábola (construcción mecánica y por puntos a partir de la fórmula). Obtener la ecuación de la parábola. Representar gráficamente la función (dada la fórmula). Calcular parámetros y puntos notables (vértice, eje de simetría, focos, directriz). Analizar las variaciones de parámetros. Resolver ecuaciones cuadráticas (analítica y gráficamente).
2.  $\tau$ : se proponen diferentes técnicas para cada tipo de tareas ( $T$ ). Por ejemplo, para construir la parábola: utilizar regla, compás y cuerdas de diferente longitud; para obtener rectas paralelas y perpendiculares y para determinar directriz y foco: utilizar la noción de distancia y técnicas geométricas; para construir la parábola dada la fórmula: calcular foco y directriz, vértice, eje de simetría, puntos de intersección con el eje  $x$  y representar dichos puntos y la parábola.
3. En los libros de este periodo, el entorno de justificación  $[\theta/\theta]$  se basa en la estructura: definición, teorema, demostración, corolarios del teorema. Es decir, cada componente del bloque  $[T/\tau]$  es validado matemáticamente de manera relativamente formal.

Tal como se describe en la tabla 2, en estos libros convive un análisis geométrico, analítico, algebraico y, en menor medida, aritmético. Se proponen al final del capítulo actividades con el objetivo de trabajar las técnicas propuestas por los textos.

En el periodo 2, los libros sugieren un estudio de la praxeología que estamos analizando con menor énfasis en el sistema geométrico, y mayor preponderancia del marco funcional. La praxeología local *funciones*

*polinómicas de grado 2* incluye los tipos de tareas: graficar la función polinómica de segundo grado (parábola), escribir sus representaciones algebraicas equivalentes y resolver ecuaciones cuadráticas en una variable. Dichas tareas se efectúan por medio de técnicas algebraicas de cálculo, analíticas y, en menor medida, aritméticas. Los principales *géneros de tareas* que se identifican son: graficar, analizar, observar, calcular. Los componentes praxeológicos predominantes son:

1. *T*: dada una función polinómica de grado dos en su forma completa, elaborar su representación gráfica, analizar las variaciones de los parámetros de la función polinómica de grado 2. Obtener las representaciones algebraicas equivalentes de la función, como la forma canónica y factorizada y resolver ecuaciones cuadráticas.
2.  $\tau$ : se proponen diferentes técnicas para cada tipo de tareas (*T*). Para graficar se construye una tabla de valores, donde la variable independiente adopta solo números enteros; es decir, se varían de manera controlada los parámetros de la forma polinómica y se calculan las coordenadas de los puntos notables. Las técnicas propuestas por el libro para resolver las ecuaciones cuadráticas son: la técnica de Bhaskara, la técnica de completar cuadrados, la de extraer factor común por grupos, y también por análisis del discriminante.
3. En cuanto al entorno de justificación [ $\theta/\theta$ ], los libros reducen el formalismo y la estructura del periodo anterior (teorema, demostración, corolarios del teorema), pero igualmente cada componente del bloque [ $T/\tau$ ] es definido y justificado, por ejemplo, la fórmula de Bhaskara se deduce algebraicamente de manera general. Se observa que en el texto se solicita explícitamente a los estudiantes una justificación de cada técnica empleada para resolver las tareas que se proponen.

A diferencia del periodo 1, el estudio de la parábola no se encuentra junto al espacio asignado por los libros al lugar geométrico, porque se enfatiza el marco algebraico y el tratamiento de la parábola como una función. En la tabla 2 se muestra que primero aparecen técnicas aritméticas para elaborar las tablas de valores para graficar y, posteriormente, se proponen desarrollos en el marco analítico y algebraico para determinar los puntos notables y las características de la gráfica. Además, se presentan ejercicios orientados al momento del trabajo de la técnica en los casos propuestos.

En el periodo 3, los libros también proponen un estudio funcional de la parábola, a la vez que reducen más el formalismo y la exhaustividad del periodo anterior (Llanos y Otero, 2018). Los tipos de tarea permanecen: graficar la función (parábola), reconocer las representaciones algebraicas de la forma canónica y factorizada, como si fueran objetos separados y

ecuaciones cuadráticas. Se otorga más importancia a las técnicas aritméticas para graficar, se reduce el formalismo matemático y se reemplaza la notación algebraica por escritura en lenguaje natural, más descriptivo. El cálculo algebraico se reduce. Los principales *géneros de tareas* que se identifican son: observar, reconocer, identificar, indicar, graficar. Los componentes de la praxeología que predominan son:

1.  $T$ : dada una función polinómica de grado 2, obtener su representación gráfica. Observar e identificar los desplazamientos de las gráficas a partir de los distintos parámetros. Obtener las representaciones algebraicas de la función en las formas canónica y factorizada dada la polinómica. Resolver ecuaciones cuadráticas utilizando solo la fórmula de Bhaskara.
2.  $\tau$ : se propone una única técnica para cada tipo de tareas. Por ejemplo: para graficar, la técnica es elaborar una tabla de valores; para analizar las transformaciones en las gráficas, la técnica es observar los desplazamientos; para calcular los ceros de la función cuadrática, la técnica consiste en usar la fórmula de Bhaskara, etc.
3. El entorno de justificación  $[\theta/\theta]$  mayoritariamente consiste en proposiciones en lenguaje natural, que se asumen como verdaderas, por ejemplo: “todas las ecuaciones cuadráticas se pueden resolver aplicando la fórmula de Bhaskara”.

Una diferencia con los periodos anteriores es que estos textos se orientan más a ejercitar las técnicas formuladas como indicaciones, que al cuestionamiento de las mismas, discusión de su alcance y a la justificación de su validez. En la tabla 2, se detalla la progresiva reducción del entorno tecnológico-teórico, que se limita a referencias ostensivas a una fórmula, con casi nula justificación y a la sustitución de la escritura matemática por el lenguaje natural. El libro se transforma en una “carpeta de actividades” en la que se ejercitan ciertas técnicas, que son específicas de cada tarea, y de este modo, se reduce considerablemente la información que se brinda.

Los libros del periodo 4 son carpetas de actividades. Si bien las diferencias respecto del periodo anterior no son notables, se identifican algunos cambios concernientes al nivel de justificación. En estos, el entorno tecnológico-teórico se reduce a una definición, y en este sentido se agrega que la justificación de una definición no es una validación o justificación en sí misma. Por tal motivo, se hace referencia a que los libros de este periodo carecen de discurso tecnológico. Por ejemplo, en el libro la ostensión de los ceros sería un discurso tecnológico, pero tiene un carácter fuertemente implícito, o sea, no es un discurso, o es apenas un germen de discurso. En general, se define la función polinómica de grado 2 a partir de la forma polinómica con sus parámetros  $a$ ,  $b$  y  $c$ . Hay preponderancia de un estudio basado en técnicas aritméticas y ausencia de la escritura

matemática que se reemplaza por la lingüística. Los principales géneros de tareas que se identifican son: observar, señalar, indicar, resolver, graficar. Los componentes de la praxeología que predominan son:

1.  $T$ : graficar la función dada la fórmula, completando una tabla de valores. Señalar el vértice y el eje de simetría dada la gráfica. Obtener la forma canónica dadas las coordenadas del vértice. Obtener la forma factorizada dados los ceros. Encontrar las ecuaciones cuadráticas para la solución de una ecuación incompleta ( $b$  o  $c$  igual a 0), para la solución en la forma canónica y en menor medida para la ecuación cuadrática completa (todos los parámetros distintos de cero).
2.  $\tau$ : se propone una única técnica para cada tipo de tareas. Por ejemplo, para graficar, la técnica es generar una tabla de valores; para analizar las características de las gráficas, la técnica es observar y marcar algunos puntos; para calcular los ceros la técnica es “despejar la  $x$ ” (dado que en este periodo la mayoría de las ecuaciones que se proponen son incompletas), y solo en algunos libros, la técnica es reemplazar los valores de los parámetros en “la fórmula” de Bhaskara, etc.
3. El entorno de justificación  $[\theta/\theta]$  se reduce a la definición de los saberes. A lo sumo se propone una “explicación” con ejemplos, aunque solo en algunos casos. Entre las explicaciones se identifican, por ejemplo, “si la función está expresada en forma polinómica buscamos el simétrico de la ordenada al origen y obtenemos los ceros y el vértice”.

Los libros de este periodo podrían definirse como carpetas de actividades incompletas. La tabla 2 evidencia una reducción del entorno tecnológico-teórico a la definición de los saberes incluidos en el libro, en el sistema lingüístico, reduciendo considerablemente el nivel de formalización propio de la matemática. Solo se proponen actividades para practicar, que en general requieren de respuestas numéricas.

## Resultados y discusión

En primer lugar, se realiza una descripción de las diferencias entre los libros de cada periodo, que se sintetizan en la tabla 3. Se coloca un (+) para las características y elementos que se agregan entre un periodo y el siguiente, y un (-) para identificar lo que se pierde.

**Tabla 3**

*Cambios en el tiempo*

	Periodo 1	Periodo 2	Periodo 3	Periodo 4
Praxeología	Prevalece el sistema geométrico sintético y analítico. Parábola como lugar geométrico (definición, elementos fundamentales, ecuación de la parábola). Función polinómica de grado 2.	(-) Sistema geométrico. (+) Prevalece el sistema algebraico-funcional. Funciones polinómicas de grado 2. Parábola como representación gráfica de la función polinómica de grado 2 y análisis de sus componentes. Condiciones de validez de las fórmulas. Representaciones algebraicas equivalentes. Resolución de cuadráticas. Deducción de la fórmula de Bhaskara. Análisis del discriminante.	(-) Sistema de representación matemática. (+) Prevalece la escritura en lenguaje natural que desplaza a la simbolización matemática. Parábola como representación gráfica de la función polinómica de grado dos. Reducción de la función polinómica de grado 2 para $a=1$ . Construcción de la gráfica por puntos. Ecuaciones cuadráticas: incompletas con $a=1$ , o fórmula de Bhaskara. (-). Análisis de representaciones algebraicas equivalentes. Justificación de la fórmula de Bhaskara.	(-) Formas canónica y factorizada de la función. Si están, solo ocurre para $a=1$ . Fórmula de Bhaskara. Parábola como representación gráfica a partir de puntos con la "tabla numérica". (+) Solución de la ecuación cuadrática a partir de la forma canónica.
Técnicas	Técnicas geométricas y algebraicas. Técnicas alternativas.	(-) técnicas geométricas (+) técnicas en el sistema de representación gráfico, algebraico y funcional.	(-) justificación de las técnicas algebraicas. Estudio de la forma completa con (+) una única técnica, sin justificación matemática, más allá de la definición (obtener algunos puntos destacados y graficar). Graficar usando <i>GeoGebra</i> .	
Entorno tecnológico teórico	Definiciones relativamente generales. Teoremas y sus respectivas demostraciones. Condiciones de validez de las construcciones, parámetros, fórmulas. Cuestionamiento y alcance de las técnicas.	(-) teoremas, demostraciones. (+) definiciones y propiedades de los coeficientes de las ecuaciones y los puntos.	(-) no hay. O se reduce a enunciados verbales aislados o a la ostensividad de la representación gráfica (esto se incrementa con el uso de las TIC).	
Tipo de texto	Sistemas de información, "libros para estudiar".		(-) sistemas de información. (+) carpetas de actividades "Libros para practicar".	

Análisis transpositivo en los libros de texto para la enseñanza Secundaria en Argentina en los últimos ochenta años  
Viviana Carolina Llanos / María Rita Otero  
pp. 7-36

En los periodos 1 y 2 los libros proponen un estudio relativamente completo de la función de segundo grado (en sus tres expresiones). Las parábolas se estudian primero en el marco geométrico sintético, geométrico analítico y algebraico (funciones y ecuaciones). Se proponen definiciones apropiadas, se analizan de manera relativamente completa las fórmulas de cada forma y los parámetros asociados a ellas. Se justifica el pasaje de una forma a la otra, así como las características de la parábola y sus puntos notables. El entorno tecnológico-teórico justifica de manera detallada las técnicas desarrolladas a partir del cálculo algebraico y se obtienen las expresiones algebraicas equivalentes conocidas como *forma polinómica*, *canónica* y *factorizada*. Se emplea la técnica de completar trinomios cuadrados perfectos. Además, se formulan genéricamente las relaciones entre los parámetros de una y otra forma con cualquier valor de —parámetro que es común a las tres formas— y con el resto de los parámetros característicos de cada una de ellas. Es decir que los libros de estos periodos permitirían el estudio de la praxeología parábola en distintos niveles de profundidad. Vale la pena señalar que, en estos periodos, los mismos libros se usan en todo el territorio nacional, aun cuando la reforma traspasó la responsabilidad educativa a las provincias.

En el periodo 3, se produce una readaptación y continuidad de la reforma educativa, la obligatoriedad de la escolaridad se extiende y existe una mayor demanda sobre la escuela Secundaria y aumentan los índices de fracaso en este nivel. Los libros de este periodo se reemplazan por un tipo diferente de texto, que podríamos denominar “carpetas de ejercicios”. La característica central de este recurso es el incremento de tareas *prácticas* y la reducción del entorno tecnológico teórico, así como la sustitución de los sistemas de representación matemáticos por un discurso escrito en lenguaje natural. Se produce un empobrecimiento del libro escolar como sistema de información matemática, tanto en la reducción de los tipos de tareas que se proponen como en las nociones matemáticas que se enseñan. El saber se presenta de manera más recortada e inconexa, dando lugar a las llamadas *actividades*, que declinan en realidad en meros ejercicios de aplicación de las definiciones ofrecidas y de las técnicas que se proponen como enunciados verdaderos, sin dar razón de su utilidad, necesidad, alcance, limitación etc. Así, se encuentran enunciaciones que, por ejemplo, promueven la ostensividad y señalan el vértice: “Los gráficos de las funciones cuadráticas tienen siempre un eje de simetría vertical. Marquen con rojo el punto donde la parábola corta al eje de simetría. Ese punto es el vértice”.

Se destaca que no se promueven tareas para el análisis de una simetría en la gráfica de la parábola, lo cual podría constituir algún tipo de justificación; ni tampoco con relación a la fórmula que permite calcular los ceros de las funciones polinómicas de grado 2: “Todas las ecuaciones cuadráticas pueden resolverse con la fórmula de Bhaskara”.

En el mismo sentido, tampoco se identifican tareas donde se explore la equivalencia entre las diversas expresiones algebraicas de una misma función cuadrática, ni de las diferentes informaciones que ofrece cada forma de escribir dicha función, como: “Para obtener la forma canónica reemplazar las coordenadas del vértice en la fórmula”; “Si resuelvo Bhaskara y encuentro las raíces, reemplazo en la fórmula y obtengo la forma factorizada”.

En general, en los libros de este periodo, la fórmula de Bhaskara se propone como una técnica universal excluyente y autoevidente para obtener los ceros y el vértice de la parábola. Cuando  $b = 0$  se prescribe: “si la ecuación no tiene término lineal, se despeja directamente la  $x$ ”; o si  $c = 0$  se indica: “extraer factor común  $x$ ”. En estos casos no hay justificación ni cuestionamiento de técnicas, pues estas son únicas.

En el periodo 4, el empobrecimiento del entorno tecnológico-teórico es aún más notorio que en el periodo 3, porque la mayoría de los libros solo contienen ejercicios, y alguna definición. El estudio de la función polinómica de segundo grado comienza por una *definición* de la función polinómica de grado 2. Luego, se ofrecen ejemplos, en los cuales, mayoritariamente las funciones tienen como coeficiente principal  $a = 1$ , y el resto de los parámetros se escogen para que las parábolas tengan un cero en el origen de coordenadas. Esta decisión tiene por objeto evitar el uso de la fórmula de Bhaskara, lo cual facilitaría obtener las raíces. Los puntos notables de la curva se proponen de la siguiente manera, eludiendo la simbolización matemática:

cada parábola presenta un eje de simetría vertical, y sobre él, un punto llamado vértice en el que la curva pasa de ser creciente a decreciente o viceversa. Los ceros son las abscisas de los puntos de contacto entre su gráfica y el eje  $x$ .

Como se ha indicado, también en algunos libros desaparece la fórmula de Bhaskara, como ya se había notado desde el periodo 3. Así, algunos textos obtienen las raíces igualando a cero la forma canónica con  $a = 1$ , utilizando solo las expresiones en las que esto es posible, sin explicitar que se trata de un caso muy particular. Otros textos, cuando  $c = 0$ , tratan la forma polinómica incompleta y la factorizada, y eliminan la forma canónica. En otros también se excluye la factorizada. Por supuesto que esta eliminación de la forma polinómica completa por las reducidas mencionadas antes, genera un estudio simplista de la función polinómica de grado 2, tal vez a

los efectos de hacer una comprensión más sencilla de estudiar esta función, sin tener en cuenta las consecuencias de esta reducción, pues no dejan de ser casos particulares de la función en cuestión.

Al cabo de ochenta años, se han producido cambios sociales que impulsan reformas educativas, como las que sirven de hilo para analizar la textualización con relación a la misma praxeología matemática. La masificación de la escolaridad Secundaria que se origina en la obligatoriedad, junto con el traspaso de las decisiones educativas y del financiamiento educativo a las provincias, incrementó, por un lado, las exigencias sobre la escuela, sin ofrecer los recursos de diversa índole que permitirían satisfacerlas. Si bien las nuevas reformas intentaron orientar la Educación Secundaria a los intereses de los alumnos, esto no se evidenció en la práctica, pues ciertos saberes permanecieron y permanecen en los programas, como un inventario, sin reflejar la necesidad de tales saberes en las modalidades propuestas. Por esa razón, los libros que se editan son los mismos para todas las jurisdicciones y modalidades.

Esto tampoco es independiente del nivel de la pedagogía, en el cual el paradigma dominante es el de la visita de las obras, donde el lugar del alumno está muy reducido. Si bien este continúa siendo el paradigma dominante, y suele decirse que está en extinción, y que sus insuficiencias se manifiestan por todos lados, en la práctica “goza de buena salud”, y las reformas no lo afectan. Los libros, nuevos y viejos, son funcionales al paradigma monumental, aun cuando las actividades son un paliativo al hecho de que los alumnos tienen que tener algún tipo de papel activo en su aprendizaje. Sin embargo, las actividades han declinado en ejercicios. En el mismo sentido, la reducción del simbolismo matemático expresado en el retroceso del cálculo algebraico al que hemos hecho referencia, aun en el sexto y último año de la Educación Secundaria, obedecería a razones propias del nivel de la *pedagogía* que propician la enseñanza de una matemática más sencilla, a la que se accede reduciendo el papel de ciertos aspectos del álgebra escolar. Aun cuando todas las orientaciones tienen un bloque denominado “álgebra y funciones”, donde está incluida la parábola.

Por otro lado, la sustitución de los libros por las carpetas de ejercicios también podría entenderse como una cuestión económica del nivel de la *sociedad* volviendo a los libros más accesibles a todos los sectores, o como una manera, a nuestro juicio errónea, de enfrentar las críticas al tándem pedagógico: definición, ejemplificación, ejercitación, propio de la enseñanza monumental.

Esta transformación en el tiempo de los libros como un sistema de información relativamente completo —donde las praxeologías se proponen razonablemente con todos sus componentes, hacia las carpetas de

actividades prácticas— requiere que la información se busque en otro sitio. Podríamos pensar que el surgimiento de internet y su masificación justificaría esto, siempre y cuando la enseñanza promueva la utilización y el cuestionamiento de todos los medios o sistemas de información disponibles, hecho que por el momento no ocurre, ya que el paradigma de enseñanza dominante no promueve el cuestionamiento del saber.

En todos los periodos considerados, el análisis de los parámetros en cada una de las formas equivalentes (polinómica, canónica y factorizada), se apoyó en la visualización de la gráfica, con variantes en los niveles de justificación y análisis entre los periodos. Y más allá de los niveles de justificación, lo que varía, sobre todo a partir de los dos últimos periodos, se relaciona con la emergencia de las TIC, y su uso supuestamente masivo. Tal es el caso de los libros actuales, que requieren del *software* libre *GeoGebra* como parte de las actividades, entre las que se solicita, dada una fórmula, graficar utilizando el *software*, observar la gráfica, o simplemente señalar por ejemplo el vértice o los ceros en la gráfica, sustituyendo la solución analítica. En este último caso, debido al uso que se hace del *software*, la ostensividad aumenta y el análisis puede empobrecerse, si no existe cuestionamiento. Con esto no dejamos de valorar el potencial de las TIC; por el contrario, enfatizamos en la importancia de realizar un estudio por medio de estas herramientas como soporte visual para un estudio más completo de las funciones.

Con relación a la persistencia de la praxeología de la parábola, mencionamos nuevamente el hecho de que aquí se la selecciona, solo a modo de ejemplo para describir las características que son comunes a las demás praxeologías que forman parte del saber de referencia incluido en los libros para la escuela Secundaria argentina. Pero la elección se justifica por la insistencia para su estudio en alguna de sus formas, en cuatro de los seis años de la escuela Secundaria en Argentina, y por tanto su inclusión en los libros de texto en los diferentes años de la escolaridad. En consecuencia, confirmamos que en este trabajo no se busca sostener la relevancia de estudiar o no la función polinómica de segundo grado en la escuela Secundaria o cualquier conocimiento. Más bien interesa poner en evidencia el *empobrecimiento del saber* ocurrido a lo largo de las transformaciones de la textualización en el tiempo. Si bien todos los textos responden a las reformas educativas originadas en la noosfera, los del último periodo son avalados por el Ministerio de Educación, y en la mayoría de los casos, distribuidos gratuitamente a los profesores, que son quienes los utilizan y recomiendan a los estudiantes.

## Conclusión

En este trabajo se analizó cómo la textualización trata y transforma a las praxeologías locales vinculadas a las funciones polinómicas de segundo grado, parábola y ecuaciones cuadráticas a lo largo de ochenta años, según los cambios de sucesivas reformas educativas de la Educación Media en Argentina. Si bien la praxeología mencionada siempre está en los textos, la propuesta resulta cada vez más empobrecida. Así, en los libros del último periodo, es difícil encontrar elementos del entorno tecnológico-teórico en los cuales se advierta una justificación acorde con el nivel de la escolaridad donde debe ser enseñada. Las consecuencias de esta desaparición no son inocuas, sobre todo, si se considera que el paradigma de enseñanza tradicional permanece intacto. Esta reducción, supuestamente reemplazada por tareas *prácticas*, que solo son ejercicios, sería la respuesta noosférica a la necesidad de *acercar* las matemáticas a los estudiantes, teniendo en cuenta que los textos del último nivel son producidos por la noosfera. En tal caso, cabría cuestionarse la pertinencia de esta y otras praxeologías en el currículo. Por otro lado, el abandono de los libros como sistemas de información relativamente completos sería admisible, si se acepta la necesidad de instalar en la enseñanza un nuevo paradigma, el de la investigación y del cuestionamiento, donde todos los sistemas de información (libros, internet, *software*, etc.) deben ser cuestionados antes de ingresar al medio didáctico.

## Referencias

- Bosch, M., Espinoza, L. y Gascón, J. (2003). El profesor como director de procesos de estudio: análisis de organizaciones didácticas espontáneas. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 23(1), 79-136.
- Brousseau, G. (1998). *Théorie des situations didactiques*. La Pensée Sauvage.
- Castillo Céspedes, M. J. C., Burgos, M. y Godino, J. D. (2022). Elaboración de una guía de análisis de libros de texto de matemáticas basada en la teoría de la idoneidad didáctica. *Educação e Pesquisa*, 48, e238787.
- Chevallard, Y. (1985). *La transposition didactique: du savoir savant au savoir enseigné*, La Pensée Sauvage.
- Chevallard, Y. (1992). Concepts fondamentaux de la didactique: perspectives apportées par une approche anthropologique. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 12(1), 73-112.
- Chevallard, Y. (1999) El análisis de las prácticas docentes en la teoría antropológica de lo didáctico. *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 19(2), 221- 266.

- Chevallard, Y. (2001). *Les TPE comme problème didactique*. Comunicación para el Séminaire National de Didactique des Mathématiques. [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC\\_2001\\_-\\_Seminare\\_national.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/YC_2001_-_Seminare_national.pdf)
- Chevallard, Y. (2007). *Passé et présent de la théorie anthropologique de la didactique*. [http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Passé\\_et\\_present\\_de\\_la\\_TAD-2.pdf](http://yves.chevallard.free.fr/spip/spip/IMG/pdf/Passé_et_present_de_la_TAD-2.pdf)
- Chevallard, Y. (2013). Enseñar matemáticas en la sociedad de mañana: alegato a favor de un contraparádigma emergente. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(2), 161-182. <https://doi.org/10.4471/redimat.2013.26>.
- Chevallard, Y. y Bosch, M. (2014). Didactic transposition in mathematics education. En S. Lerman (ed.), *Encyclopedia of mathematics education* (pp. 170-174). Springer.
- Gómez, P. y Carulla, C. (1999). *La enseñanza de la función cuadrática en las matemáticas escolares del Distrito Capital*. Informe. Universidad de Los Andes.
- Llanos, V. C. y Otero, M. R. (2018). Characteristics of the images and the arguing from the mathematics textbooks for the secondary school in Argentina: analysis of the changes along 67 years. *International Journal of Research in Education and Science (IJRES)*, 4(1), 98-105. <https://www.ijres.net/index.php/ijres/article/view/206>
- Míguez, D. P. (2014). Las reformas educativas argentinas en el contexto latinoamericano. Los sentidos de igualdad y democracia (1983-2006). *Revista Latinoamericana de Estudios Educativos*, XLIV(3), 11-42. <https://rlee.iberomex.mx/index.php/rlee/article/view/241/743>.
- Otero, M. R. (2021). *La formación de profesores. Recursos para la enseñanza por indagación y el cuestionamiento*. Universidad Nacional del Centro de la Provincia de Buenos Aires.
- Otero, M. R. y Llanos, V. C. (2019). Los libros escolares de matemática y física en Argentina entre 1961 y 2009: el papel de las imágenes. *IARTEM e-journal*, 11(1), 1-21. <https://doi.org/10.21344/iartem.v11i1.586>
- Otero, M. R., Moreira, M. A. y Greca, I. (2002). El Uso de Imágenes en Textos de Física. *Revista Investigaciones en Enseñanza de las Ciencias*, 7(2). <http://www.if.ufrgs.br/public/ensino/v>.
- Santaló, L. (1966). *La matemática moderna en la escuela Secundaria*. Eudeba.
- Santiago, B. (1995). Los textos escolares en el marco de una reforma educativa. *Serie Pedagógica*, (2), 147-154. [https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art\\_revistas/pr.2536/pr.2536.pdf](https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.2536/pr.2536.pdf)

- Southwell, M. y Arata, N. (2011). Aportes para un programa futuro de historia de la educación argentina. *History of Education & Children's Literature*, 6(1), 519-539. [https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art\\_revistas/pr.10701/pr.10701.pdf](https://www.memoria.fahce.unlp.edu.ar/art_revistas/pr.10701/pr.10701.pdf)
- Vivas, D. R. (2010). La función cuadrática. Un estudio a través de los libros de texto de los últimos 40 años en Argentina. *Tiempo de Gestión*, 6(10), 163-180.