



## Tareas investigativas mediadas por tecnologías digitales. Una conceptualización de saberes movilizados por profesores de matemáticas en formación continua

- Investigative Tasks Mediated by Digital Technologies. A Conceptualization of Knowledge Mobilized by Mathematics Teachers in a Continuing Education Process
- Tarefas investigativas mediadas por tecnologias digitais. Uma conceitualização de saberes mobilizados por professores de matemática em formação continuada

### Resumen

Desarrollar las capacidades del profesor para gestionar curricularmente las tareas matemáticas que propone en el aula es un objetivo de la formación docente que ha cobrado gran relevancia en los últimos años. Inmerso en esta temática, el presente artículo de reflexión plantea una manera de entender cómo profesores de matemáticas movilizan saberes acerca de la resolución, el análisis y el diseño de tareas investigativas de geometría dinámica (TIGD) para la enseñanza de las matemáticas durante el desarrollo de actividades de formación continua. Para lograr este objetivo, se definen los conceptos de saber y labor conjunta según la teoría de la objetivación y se destacan sus principales características. Posteriormente, se adaptan estos conceptos al contexto de actividades de resolución, análisis y diseño de TIGD en la formación continua de profesores de matemáticas, para conceptualizar a continuación tres tipos de labor conjunta (resolución, análisis y diseño) y tres saberes profesionales susceptibles de movilización en ese contexto formativo. Para cada uno de estos saberes, se describen las acciones y reflexiones específicas que pueden caracterizar a cada tipo de labor conjunta desplegada por los profesores durante la formación. Finalmente, se concluye que la aproximación teórica aquí expuesta no es un producto acabado, sino una reflexión crítica de partida que podrá

Rafael Enrique Gutiérrez\*  
Vinícius Pazuch\*\*  
Juan Luis Prieto G.\*\*\*

\* Magíster en Enseñanza e Historia de las Ciencias y de la Matemática. Coordinador de Formación, Asociación Aprender en Red, Venezuela. Santo André, Brasil. Correo electrónico: rafael.gutierrez0593@gmail.com. Código Orcid: <https://orcid.org/0000-0002-4003-8324>

\*\* Doctor en Enseñanza de las Ciencias y de la Matemática. Profesor adjunto, Centro de Matemática, Computación y Cognición de la Universidad Federal do ABC, Brasil. Correo electrónico: [vinicius.pazuch@ufabc.edu.br](mailto:vinicius.pazuch@ufabc.edu.br). Código Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-6997-1110>

\*\*\* Magíster en Nuevas Tecnologías Aplicadas a la Educación. Candidato a doctor en Educación Matemática, Universidad de Los Lagos, Chile. Correo electrónico: [juanl.prietog@gmail.com](mailto:juanl.prietog@gmail.com). Código Orcid: <https://orcid.org/0000-0003-0798-5191>



ser refinada eventualmente al analizar procesos formativos específicos en geometría, orientados hacia la resolución, el análisis y el diseño de TIGD para la enseñanza de las matemáticas en la educación básica.

Palabras clave:

saberes para enseñar matemáticas; formación de profesores; tecnologías digitales; educación básica

### Abstract

Developing the teachers' capacities to manage the mathematical tasks that he proposes in the classroom is an objective of teacher education that has had great relevance in recent years. Located on this theme, this reflection article proposes a way to understand how mathematics teachers mobilize knowledge about the resolution, analysis, and elaboration of investigative tasks of dynamic geometry (ITDG) for teaching, during the development of continuing education process. To achieve this goal, it becomes by assuming and theorizing the concepts of knowledge and joint work provided by the theory of objectification, highlighting its main defining characteristics. Subsequently, these concepts are adapted to the context of ITDG resolution, analysis, and elaboration activities in the continuing education of mathematics teachers, to conceptualize next three types of joint work (resolution, analysis, and elaboration) and three professional knowledge capable of mobilization in this formative context. For each knowledge, the specific actions and reflections that can characterize each type of joint work developed by teachers during formative process are described. Finally, it is concluded that the theoretical approach exposed is not a finished product, but a critical reflection at the beginning that can be refined eventually when analyzing specific formative processes in geometry, oriented to the resolution, analysis, and elaboration of ITDG for teaching mathematics in middle and high school.

Keywords:

mathematical knowledge for teaching; teacher education; digital technologies; middle and high school

### Resumo

Desenvolver as capacidades do professor para gerenciar curricularmente as tarefas matemáticas que propõe em sala de aula é um objetivo da formação docente que tem tido grande relevância nos últimos anos. Situado nesta temática, este artigo de reflexão propõe um modo de entender como professores de matemática mobilizam saberes acerca da resolução, análise e elaboração de tarefas investigativas de geometria dinâmica (TIGD) para o ensino de matemática durante o desenvolvimento de atividades de formação continuada. Para atingir esse objetivo, inicia-se definindo os conceitos de saber e labor conjunto fornecidos segundo a Teoria da Objetivação, destacando suas principais características. Posteriormente, adaptam-se esses conceitos ao contexto de atividades de resolução, análise e elaboração de TIGD na formação continuada de professores de matemática, para conceitualizar a seguir três tipos de labor conjunta (resolução, análise e elaboração) e três saberes profissionais susceptíveis de mobilização nesse contexto formativo. Para cada um desses saberes, descrevem-se as ações e reflexões específicas que podem caracterizar a cada tipo de labor conjunta desenvolvida pelos professores durante a formação. Finalmente, conclui-se que a aproximação teórica exposta não é um produto acabado, mas uma reflexão crítica de início que poderá ser refinada eventualmente ao analisar processos formativos específicos em geometria, orientados à resolução, à análise e à elaboração de TIGD para o ensino de matemática na educação básica.

Palavras-chave:

saberes para ensinar matemática; formação de professores; tecnologias digitais; educação básica

## Introducción

Para algunos investigadores, las tareas matemáticas (en adelante, *tareas*) son elementos consustanciales de la actividad desplegada en el aula de matemáticas,<sup>1</sup> siéndole atribuida una notada importancia para los procesos de enseñanza y aprendizaje que ocurren en estos espacios escolares (Brocardo, 2014; Cyrino y Jesus, 2014; Jesus *et al.*, 2018; Mirza y Hussain, 2014; Ponte, 2005; 2014; Santos, 2014; Stein *et al.*, 1996; Stein y Smith, 2009; Stein *et al.*, 2009; Yeo, 2007).

En vista de lo anterior, las tareas están presentes en varias de las actividades que realizan los profesores de matemáticas en su diaria labor profesional, especialmente cuando planifican la enseñanza (Serrazina, 2017). En esa fase, ellos suelen involucrarse en tres formas de actividad que se tornan esenciales para el buen desenvolvimiento de una enseñanza de las matemáticas centrada en la exploración de tareas, sobre todo si se trata de tareas desafiantes para los alumnos (Ponte, 2010; Stein y Smith, 2009). Específicamente, tales actividades se refieren a la resolución, el análisis y el diseño de tareas para la enseñanza de las matemáticas.

En efecto, son diversos los investigadores que consideran de vital importancia que los profesores de matemáticas desplieguen esas actividades como una forma de aprender a planificar la instrucción (Moretti y Moura, 2011; Prieto G. y Valls, 2010; Ramos *et al.*, 2019; Vieira *et al.*, 2018; Vieira *et al.*, 2019). Por un lado, según Ponte *et al.*, al involucrarse en la resolución de tareas por su

cuenta, el profesor “puede desarrollar ideas para proponer a los alumnos. Es, también, la mejor garantía de que será capaz de dar una buena secuencia a una cuestión inesperada de un alumno” (2016, p. 143). Por otro lado, Jesus *et al.* afirman que el análisis de tareas desafiantes por implementar en el aula es un aspecto que los profesores de matemáticas deben considerar, en tanto que la selección de estas implica “conocer profundamente la tarea y los contenidos matemáticos involucrados en sus diferentes formas de resolución” (2018, p. 25). Finalmente, para diversos autores, el diseño de tareas es una actividad importante del profesor de matemáticas (Delgado, 2014; Oliveira y Cyrino, 2013; Ponte, 2003; 2012; Serrazina, 2012), ya que en esta reposa la decisión de mayor impacto en las oportunidades de aprendizaje matemático de los alumnos: la selección de la tarea que se implementará en el aula (Steele, 2001).

Con base en lo anterior, se considera imperativo constituir espacios de formación profesional para los profesores de matemáticas, que les brinden la oportunidad de pensar y actuar sobre estas actividades como propias de su trabajo profesional y las valoren como tal. En efecto, de acuerdo con Villa-Ochoa y Alencar (2019), dicha formación constituye un aspecto clave en el desarrollo y la calidad de los procesos educativos. Así, este trabajo pone la mirada en aquellos contextos de formación continua de profesores de matemáticas orientados hacia la resolución, el análisis y el diseño de tareas investigativas de geometría dinámica (TIGD). En general, las TIGD son tareas que: 1) permiten el despliegue de procesos característicos del hacer matemáticas, como la exploración, la elaboración, la comprobación, la reformulación y la justificación de conjeturas matemáticas (Ponte *et al.*, 2016), y 2) cuya

1 En este artículo se hace referencia a “las matemáticas” (en plural), en un posicionamiento apoyado en investigaciones sobre historia de la matemática que indican que “no hay una matemática, que evoluciona linealmente a lo largo del tiempo, sino varias prácticas matemáticas que no siempre pueden traducirse entre sí” (Roque, 2014, p. 167; traducción propia).

resolución depende de utilizar un software de geometría dinámica (SGD), por ejemplo, el GeoGebra (Gutiérrez y Pazuch, 2019).

Como en todo contexto de formación docente, los saberes (disciplinares, profesionales, curriculares, pedagógicos y experienciales) que los profesores de matemáticas deben encontrar y hacer parte de su consciencia representan un aspecto fundamental de su preparación profesional. Por ello, el objetivo de este artículo es proponer una manera de entender los saberes profesionales en geometría y sus formas de producción en un contexto de formación continua de profesores de matemáticas, orientado hacia la resolución, el análisis y el diseño de TIGD para la enseñanza de la geometría en educación básica. Así, por medio de este artículo de reflexión teórica, se busca conformar una lente con la cual sea posible analizar las formas en que tales saberes se movilizan en ese contexto formativo, contribuyendo con ello a cubrir las lagunas identificadas en la literatura (Gutiérrez y Pazuch, 2020b) sobre la forma en que los profesores de matemáticas, en situación de formación continua, diseñan TIGD para la enseñanza y movilizan saberes de su profesión para tal fin.

Para dar cuenta del objetivo de este artículo, se ha decidido adoptar los conceptos de saber y labor conjunta de la teoría de la objetivación (TO) (Radford, 2014<sup>a</sup>; 2019), por considerarse constructos adecuados para analizar la forma en la que los saberes de cualquier naturaleza (en particular, aquellos de la profesión docente en matemáticas) son movilizados en la actividad humana (en particular, durante la formación de profesores). Siendo así, primero se teorizan los conceptos de saber y labor conjunta, tal como se entienden en la TO. Luego, estos conceptos se utilizan en un contexto de resolución, análisis y diseño de TIGD en la formación continua de profesores de matemáticas. Por último, se plantean algunas consideraciones para concluir el artículo.

## Saber y labor conjunta: una mirada teórica

### El concepto de saber

En la TO, el saber es teorizado como una síntesis evolutiva culturalmente codificada de acción y reflexión (Radford, 2014b). En esa definición, la expresión síntesis se usa para sugerir que el saber sintetiza la producción histórica de determinada cuestión por la actividad humana. Esa síntesis es evolutiva porque está siempre en transformación (Radford, 2014b). Finalmente, que tal síntesis evolutiva sea culturalmente codificada significa que el saber puede ser pensado “como una forma ideal de acciones [...] [que] va más allá de cada una de sus instancias o realizaciones concretas” (Radford, 2017d, p. 103).

A modo de ejemplo de lo que significa el saber en la TO, imagínese una clase de matemáticas de educación básica, en la que el profesor solicita a sus alumnos resolver la tarea de construir un triángulo isósceles de lados 4 cm y 6

cm con regla y compás. Como el lector podrá notar, esa tarea geométrica posee, por lo menos, dos soluciones posibles: 1) cuando los lados congruentes del triángulo miden 4 cm y 2) cuando esos lados miden 6 cm. A pesar de que ambas soluciones son diferentes, lo que interesa destacar es que es posible aplicar una misma secuencia de acciones para obtenerlas:

- a. Localizar el primer vértice del triángulo A en cualquier lugar del plano
- b. Dibujar una circunferencia centrada en A, de radio alguna de las medidas dadas
- c. Localizar el segundo vértice B en cualquier lugar de esa circunferencia
- d. Dibujar otra circunferencia, centrada en B y de radio igual a la segunda medida dada
- e. Obtener una de las intersecciones de las dos circunferencias, resultando en el punto C
- f. Dibujar el triángulo ABC.

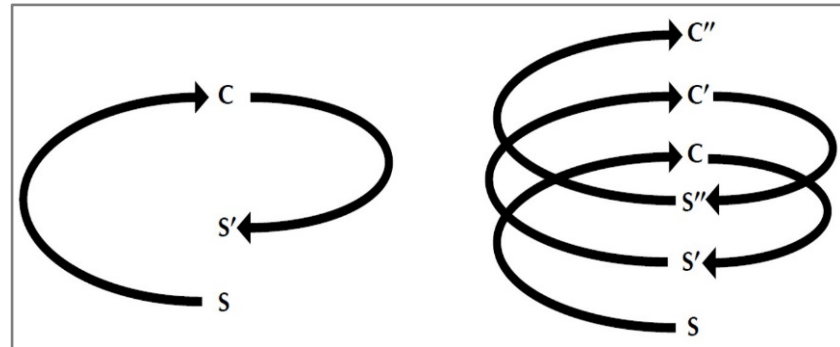
Para la TO, lo que está por detrás de esa secuencia común de acciones es un saber geométrico, constituido de forma histórica y cultural por la actividad humana. Específicamente, se trata de un saber sobre la construcción de un triángulo isósceles a partir de cualquier par de medidas, constituido a lo largo del desarrollo de la geometría euclidiana. En efecto, el saber referido es una síntesis evolutiva culturalmente codificada de acción y reflexión sobre cómo construir triángulos isósceles con esas características, cuyo origen proviene de los Elementos de Euclides (Libro I, Prop. 22).

### Dialéctica del saber

Entendido el saber como una forma ideal de acciones, ¿qué significa que este vaya más allá de cada una de sus instancias concretas? Lo anterior implica que, en el ejemplo expuesto, las dos soluciones a la tarea no muestran el saber geométrico referido anteriormente, pero sí dos manifestaciones concretas (diferentes) de ese saber. En otras palabras, ese saber fue materializado de dos formas, revelando así el conocimiento que de aquel se posee. En la TO, el conocimiento es teorizado como la actualización o materialización del saber (Radford, 2013). Por lo tanto, las dos soluciones a la tarea del ejemplo corresponden a dos conocimientos diferentes de un mismo saber geométrico. No obstante, y como puede constatarse, cada uno de esos conocimientos no puede (por sí mismo) abarcar el saber que materializa en su totalidad. De allí que el saber vaya más allá de sus instancias o realizaciones concretas.

Contrario a otras perspectivas teóricas que los consideran como iguales o equivalentes, los conceptos de saber y conocimiento son diferentes según la TO, pero vinculados por medio de una relación dialéctica (véase figura 1). En esa relación, el saber (S) es puesto en movimiento por la actividad humana (simbolizada por las flechas), que lo materializa en una de sus instancias concretas, esto es, en el conocimiento (C) de ese saber en determinado momento de la historia. Revelado a su conciencia, los individuos tienen la posibilidad de manipular ese conocimiento concreto para refinar y transformar el saber inicial en un nuevo saber (S'). Ese nuevo saber, convertido en entidad general, puede ser materializado en nuevas actividades humanas, resultando en un nuevo conocimiento (C') vinculado a ese saber, y así por delante (Radford, 2017d).

Figura 1. Relación dialéctica entre saber y conocimiento



Fuente: Radford (2017d, p. 110).

Conforme lo ilustra la relación dialéctica de la figura 1, el saber es movili- zado y materializado solo a través de la actividad humana. En efecto, Radford afirma que “la producción/reconocimiento del saber es de hecho un fenómeno mediado. El saber es creado y recreado apenas a través de una actividad sensorial cultural-histórica y puede entrar en existencia sensorial apenas en y a través de la actividad” (2017b, p. 251). En el contexto escolar, el referido autor sostiene que “[...] para aparecer [sensorialmente en el aula de clases], el saber cultural debe ser puesto en movimiento por los profesores y los estudiantes. Y la manera de ponerlo en movimiento, es a través de la actividad [...]” (Radford, 2019, p. 26).

Como puede notarse, la concepción de actividad es fundamental en la mo- vilización de los saberes en la experiencia humana. Debido a ello, el concepto de labor conjunta (tal como se denomina la actividad en la TO) se aborda a continuación.

### El concepto de labor conjunta

Para comprender el concepto de labor conjunta, conviene traer a discusión la concepción materialista dialéctica de actividad sobre la cual reposa esta idea.

### La concepción de actividad

De acuerdo con Radford, la actividad es “la categoría teórica central y de unidad metodológica de análisis” de la TO (2017b, p. 247). Esta se define como un proceso social en el que los seres humanos se involucran para producir todo aquello que permita satisfacer sus necesidades (Radford, 2017b). En esta definición subyace una concepción antropológica particular del ser humano que debe ser traída a discusión para entender lo que significa la actividad conforme ha sido definida.

Según el materialismo dialéctico, el ser humano es considerado como parte de la naturaleza o, en otras palabras, como un ser natural. En general, esto significa que 1) es un ser de necesidades y 2) que encuentra la satisfacción de esas necesidades en objetos fuera de sí mismo (Radford, 2017b). En relación con lo primero, Radford (2017b) afirma que los seres humanos son individuos “sensibles, inevitablemente afectados por las otras partes de la naturaleza” (p. 247). Según el pensamiento marxista, el humano es un ser que sufre: sufre si no se protege de las inclemencias del clima, sufre si no se alimenta, etc. En conclusión, el ser humano es un ser frágil (Radford, 2017c), lo que lo torna en un ser de necesidades. En cuanto a lo segundo, Radford (2017c) afirma que el ser humano debe actuar, activarse, desplazarse, para satisfacer sus necesidades de subsistencia. Sin embargo, esa satisfacción de necesidades no ocurre dentro del ser humano, sino más bien en una relación entre él y su cultura, lo que explica la expresión “fuera de sí mismo”.

De acuerdo con lo anterior, el ser humano satisface sus necesidades involucrándose activamente en el mundo, estableciendo relación con otros seres humanos o con entidades materiales o ideales (por ejemplo, artefactos y saberes, respectivamente). Por lo tanto, para satisfacer tales necesidades, se involucra en un proceso social de producción que fue definido como actividad. Ese proceso es, según Radford, “[...] el proceso de inscripción de los individuos en el mundo social y de la producción de su propia existencia” (2017b, p. 248).

Sobre esta concepción materialista de la actividad, Radford (2018) destaca dos puntos importantes. El primero es que la actividad es esencialmente social. El segundo punto es que la actividad, en su sentido ontológico, es una forma de vida, tal como es entendida por Marx. Así, la actividad es la expresión

de la vida de los individuos: lo que los seres humanos son y lo que estos producen en su actividad coincide. Precisamente, es esa visión de actividad como forma de vida que la TO adopta para elaborar un concepto de actividad de aula coherente con su proyecto educativo, intentando a través de este restaurar el acto de hacer matemáticas en el aula como forma de vida no alienante (Radford, 2017b).

### La labor conjunta

La actividad humana es considerada una forma de vida por el materialismo dialéctico. Con base en esa visión, la TO denomina la actividad (en el contexto del aula de clases) como labor conjunta. Específicamente, la TO teoriza la labor conjunta como una actividad de enseñanza-aprendizaje en la que profesores y alumnos se empeñan en conjunto, intelectual y emocionalmente, para producir una obra común (Radford, 2017b).

Sobre esta definición, vale la pena resaltar las siguientes cuestiones. En primer lugar, conviene enfatizar que el significado de actividad corresponde con la visión de actividad humana como una forma de vida. En segundo lugar, se optó en este artículo por expresar esa actividad como enseñanza-aprendizaje, ya que el concepto de labor conjunta sugiere una perspectiva de la educación en la que la enseñanza y el aprendizaje son considerados una misma actividad, a pesar de que profesores y alumnos no hagan las mismas cosas (Radford, 2017b). Finalmente, se destaca el concepto de obra común, definido en la TO como la apariencia sensible del saber en el aula (Radford, 2017b). Consecuentemente, la obra común se relaciona con el conocimiento que materializa el saber movilizado por profesores y alumnos durante su labor conjunta.

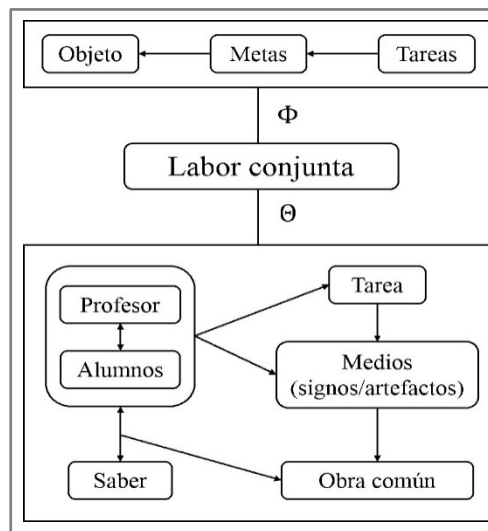


## La estructura y momentos de la labor conjunta

Según Radford (2017a), la estructura de la labor conjunta posee dos componentes, expresadas como  $\Phi$  y  $\Theta$ , vinculadas con la planificación de la clase y su posterior ejecución, respectivamente. Por un lado, la componente  $\Phi$  está relacionada con el proyecto didáctico del profesor. Ese proyecto didáctico, como cualquier otro, posee una intencionalidad pedagógica que el profesor desea lograr a través de la actividad matemática de la clase. Es así como la labor conjunta posee un objeto, esto es, el producto (material, conceptual, etc.) que el profesor y los alumnos producen conjuntamente para lograr la intencionalidad pedagógica de la clase (Radford, 2015). Para que la labor conjunta se oriente a su objeto, se torna conveniente definir una o más metas que pueden ser atendidas por medio de la exploración de tareas específicas, presentadas (si fuere el caso) mediante una secuencia de problemas con dificultad creciente (Radford, 2017a).

Por otro lado, la componente  $\Theta$  está asociada al despliegue de la labor conjunta propiamente dicha, en atención al proyecto didáctico de la componente  $\Phi$ . En ese sentido, la labor conjunta se estructura básicamente por: 1) el profesor y sus alumnos, 2) una tarea con la que es posible orientar la actividad hacia su objeto, 3) un saber movilizado mientras la tarea es explorada, 4) un conjunto de medios (signos y artefactos) usados para resolver la tarea, y 5) la producción de una obra común, como resultado de la actividad (véase figura 2).

Figura 2. Estructura de la labor conjunta



Fuente: adaptada de Radford (2017a, p. 126).

Según Radford (2017a), la labor conjunta del aula no puede determinarse por anticipado, pero sí es posible poseer una idea de cómo alumnos y profesores se implicarán en ella. Por ende, en la TO se identifican momentos de la



labor conjunta (Radford, 2017a). En el primer momento, el profesor presenta la tarea que deberá ser resuelta en la clase. En el segundo, los alumnos se reúnen en pequeños grupos para explorar la tarea propuesta. En el tercero, el profesor visita cada grupo para hacer preguntas a los alumnos, atender sus dudas, realimentarles, etc. En el cuarto, el profesor invita a los grupos de alumnos a presentar, discutir o criticar el trabajo desplegado hasta el momento, mediante discusión en gran grupo. La clase podría finalizar en ese momento o continuar el trabajo en pequeños grupos.

## Resolución, análisis y diseño de TIGD para la enseñanza como labor conjunta

Como se mencionó al principio, este artículo pone su mirada en los contextos de formación continua de profesores de matemáticas, orientados hacia el despliegue de actividades de resolución, análisis y diseño de TIGD. En los subapartados siguientes se caracterizan cada una de estas actividades como una labor conjunta.

### Labor conjunta 1: resolución de TIGD

La resolución de TIGD se asume como una labor conjunta de resolución (LCR), esto es, una labor conjunta en la que un formador y un conjunto de profesores se empeñan conjunta, intelectual y emocionalmente en la exploración de una TIGD para producir la investigación de una propiedad geométrica. Según esta definición, la LCR puede configurarse según el modelo ilustrado en la figura 2 y estructurarse conforme se explica a continuación.

De acuerdo con la componente  $\Phi$  de su estructura, el objeto de la LCR es llevar a los profesores a pensar sobre la resolución de TIGD como una de las varias actividades

que coadyuva al profesor en la planificación de la enseñanza. Para orientar la LCR a ese objeto, podría definirse como meta invitar a los docentes a resolver tareas de ese tipo.

En lo que respecta a su componente  $\Theta$ , la LCR está compuesta por un conjunto de sujetos, saberes, tareas, entre otros elementos, característicos del contexto formativo en la que se inscribe. Así, tratándose de una formación continua de profesores de matemáticas, los sujetos que despliegan la LCR son un formador y un grupo de profesores. En función del proyecto pedagógico de esa labor conjunta, esos sujetos se involucran en la exploración de tareas dirigidas a la resolución de TIGD. Respecto a esas tareas, vale la pena resaltar dos cuestiones. Por un lado, conforme se dijo anteriormente, la resolución de TIGD implica el uso de SGD.<sup>2</sup> Por otro lado, esas tareas involucran el uso de objetos de aprendizaje (OA) elaborados con el software GeoGebra (Gutiérrez y Pazuch, 2018). Los OA se definen como recursos virtuales posibles de ser usados y reutilizados en apoyo al aprendizaje de una idea matemática, mediante interacciones en la forma de simulaciones o animaciones (Kalinke *et al.*, 2015).

De acuerdo con las características de las TIGD, el software GeoGebra y los OA son dos de los medios que formador y profesores utilizan en una LCR para atender a las tareas propuestas. No obstante, no se descartan otros posibles medios (como papel, lápiz y lenguaje, entre otros) que podrían ser utilizados en una labor conjunta con esas características. De ese modo, la exploración de las tareas y medios descritos llevaría a formador y profesores a

2 En este artículo, los softwares de geometría dinámica (SGD) se entienden como artefactos que se constituyen en parte consustancial de la actividad de la clase de matemáticas, en contraposición a la noción de ambientes de geometría dinámica (AGD), cuyo significado va más allá de la idea de artefacto en sí.

producir la obra común de una LCR, esto es, la investigación de una propiedad geométrica usando SGD.

### Labor conjunta 2: análisis de TIGD

El análisis de TIGD puede definirse como una labor conjunta de análisis (LCA), esto es, una labor conjunta en la que formador y profesores se empeñan en conjunto, intelectual y emocionalmente, para producir una reflexión común en relación con la naturaleza de ese tipo de tarea. Similar a la LCR, la LCA puede estructurarse según el modelo de la figura 2.

En cuanto a su componente  $\Phi$ , el objeto de la LCA es llevar a los profesores a pensar sobre la naturaleza de las TIGD (tipo de tarea, procesos matemáticos ejecutados, etc.), de modo que pueda ser considerada para su posterior diseño. Siendo así, analizar tareas de ese tipo sería una meta ideal para orientar la LCA hacia su objeto. De ese modo, tareas de análisis de TIGD deberían ser propuestas a los profesores para atender esa meta.

En cuanto a su componente  $\Theta$ , la LCA es igualmente desplegada por un formador y un conjunto de profesores, quienes exploran tareas sobre la identificación de la naturaleza de TIGD, utilizando los mismos medios descritos anteriormente. Como resultado de esa exploración, la obra común de esos sujetos sería la producción de una reflexión conjunta sobre la naturaleza de las TIGD, que sería considerada al momento de elaborar ese tipo de tarea.

### Labor conjunta 3: diseño de TIGD

Finalmente, el diseño de TIGD se define como una labor conjunta de diseño (LCD), esto es, una labor conjunta en la que formador y profesores se empeñan en conjunto, intelectual y emocionalmente, en la producción de una tarea de ese tipo para la enseñanza de la geometría. Así, la LCD puede estructurarse como se describe a continuación.

Por un lado, en cuanto a su componente  $\Phi$ , el objeto de la LCD es pensar sobre el diseño de TIGD como una actividad del profesor de matemáticas. Para orientar la LCD hacia ese objeto, se considera que la meta por excelencia de esa actividad es diseñar ese tipo de tarea. Así, tareas de diseño de TIGD tendrían que ser propuestas para atender a esa meta.

En lo que respecta a su componente  $\Theta$ , formador y profesores utilizan los mismos medios descritos para explorar tareas sobre el diseño de TIGD, siendo la obra común producida una TIGD creada para ser implementada en la enseñanza de la geometría. En lo que sigue, se traen a discusión los saberes profesionales que son movilizados durante el despliegue de actividades de LCR, LCA y LCD.

## Saberes movilizados

Más allá de concretarla mediante la exploración de las tareas y medios descritos, formador y profesores producen la obra común de actividades de LCR, LCA y LCD a través de la movilización de un conjunto de saberes. De la variedad de saberes susceptibles de movilización en esos tipos de actividades, este artículo pone su atención en los saberes para enseñar matemáticas, estos son, aquellos saberes que se constituyen en herramientas para el profesor de matemáticas, que utiliza para desempeñar su trabajo profesional (Valente, 2017). A continuación, se describen los saberes para enseñar matemáticas que profesores movilizan en una formación continua orientada hacia el diseño de TIGD.

### Saber sobre cómo resolver TIGD

El primer saber de interés es aquel movilizado para producir la obra común de una LCR: se trata de un saber sobre cómo resolver TIGD. En general, este saber está vinculado a las formas ideales, reportadas en la literatura especializada, en las que esas tareas son exploradas. Esas formas ideales tienen su origen en las nuevas posibilidades que las tecnologías digitales (TD) ofrecen para hacer matemáticas en el aula (Borba *et al.*, 2018). En efecto, la llegada de las TD en general y de los SGD en particular, en el escenario educativo, generaron nuevos tipos de tareas, muchas de las cuales solo podrían explorarse usando SGD (Laborde, 2001). A partir de las implicaciones que trajeron esas tecnologías al aula, diversos investigadores han estudiado la resolución de TIGD en diferentes contextos educativos y la variedad de fenómenos que de estos emergen, llegando a conclusiones relativamente similares en lo que respecta a la forma en como se resuelve ese tipo de tarea usando TD.

Así, una forma ideal en que las tareas de geometría dinámica son resueltas implica el desarrollo de los siguientes cuatro procesos matemáticos (Christou *et al.*, 2005):

1. *Explorar*: en este proceso se interactúa con un OA para construir imágenes de la situación propuesta en la tarea, ayudando a explorar visualmente esa situación y reflexionar sobre ella;
2. *Conjeturar*: luego de la exploración inicial, se establecen conjeturas sobre invariencias geométricas que observan en la reproducción del OA en la pantalla del computador;
3. *Experimentar*: posteriormente, se comprueban (confirman o niegan) las conjeturas geométricas establecidas, usando para ello las herramientas características de los SGD, como la medición (Olivero y Robutti, 2007) y el arrastre de objetos geométricos (Arzarello *et al.*, 2002).
4. *Generalizar*: finalmente, se realizan esfuerzos para justificar las conjeturas testadas, tomando como base los saberes geométricos objetivados, pudiendo ser concretadas pruebas formales si fuere el caso (Marrades y Gutiérrez, 2000).

Considerando lo anterior, el saber sobre cómo resolver TIGD en una LCR se define como una síntesis evolutiva culturalmente codificada de acción y reflexión que implica el despliegue de los procesos matemáticos de explorar, conjeturar, experimentar y generalizar, usando SGD para la investigación de propiedades geométricas.

## Saber sobre cómo analizar TIGD

El segundo saber de interés es aquel movilizado al desplegar una LCR. Específicamente, se trata de un saber sobre cómo analizar TIGD, el cual se fundamenta en dos referentes teóricos. Por un lado, en la clasificación de tareas matemáticas propuesta por Yeo (2007), en la que se define una amplia gama de tipos de tareas según cuatro criterios, a saber: su naturaleza, características, propósitos de enseñanza y posibilidades de evaluación. Así, según el referido autor, analizar tareas matemáticas considerando su naturaleza podría resultar en una variedad de tipos de tareas: procedimentales, prácticas, de resolución de problemas, de proposición de problemas y de investigación matemática.

Por otro lado, este segundo saber se fundamenta en el marco para el análisis de tareas de geometría dinámica (Trocki y Hollebrands, 2018). Ese marco desarrollado para evaluar la calidad de dichas tareas tiene dos partes: una, relativa al dominio matemático de la tarea y otra, a las acciones tecnológicas que se ejecutan para resolverla (véase cuadro 1).

Cuadro 1. Marco para el análisis de tareas de geometría dinámica

Nivel de profundidad matemática	
Niveles	Descripción
No aplica	El prompt requiere una tarea tecnológica sin foco en las matemáticas.
1	El prompt hace referencia a un dibujo que no posee fidelidad matemática.
2	El prompt demanda recordar un hecho matemático, fórmula o definición.
3	El prompt demanda considerar conceptos, procesos o relaciones matemáticas en el dibujo.
4	El prompt demanda explicar conceptos, procesos o relaciones matemáticas en el dibujo.
5	El prompt demanda ir más allá de la construcción particular y generalizar conceptos, procesos o relaciones matemáticas.
Tipos de acciones tecnológicas	
Niveles	Descripción
No aplica	El prompt no requiere dibujo, construcción, medida o manipulación del dibujo.
A	El prompt demanda dibujos dentro del dibujo.
B	El prompt demanda mediciones dentro del dibujo.
C	El prompt demanda construcciones dentro del dibujo.
D	El prompt demanda el arrastre o el uso de otros aspectos dinámicos del dibujo.
E	El prompt demanda una manipulación del dibujo que permita el reconocimiento de invariencias emergentes, relaciones o patrones entre o dentro de objetos geométricos.
F	El prompt demanda la manipulación del dibujo que pueda sorprender a quien explora las relaciones representadas o haga que refine el pensamiento con base en temas de sorpresa que puedan basarse en el teste de casos extremos.

Fuente: adaptado de Trocki y Hollebrands (2018, p. 123).

Como puede observarse en el cuadro 1, cada parte del marco posee una serie de niveles vinculados a la profundidad de cada dominio. Cada nivel hace referencia a un prompt, esto es, una pregunta o dirección escrita relacionada con un dibujo (en la pantalla de un SGD) que demanda una respuesta verbal o escrita (Trocki y Hollebrands, 2018). Para efectos de este artículo, lo que interesa considerar de este marco son tanto los procesos matemáticos presentes en él como las acciones tecnológicas a que cada prompt hace referencia.

Por lo tanto, con base en lo expuesto, el saber sobre cómo analizar TIGD en una LCA se define como una síntesis evolutiva culturalmente codificada de acción y reflexión, que implica identificar las TIGD como tareas de investigación matemática y volverse consciente tanto de los procesos matemáticos involucrados en su resolución como de las acciones tecnológicas que caracterizan el uso de SGD para tal fin.

### Saber sobre cómo diseñar TIGD

Finalmente, un tercer saber de interés es aquel que es movilizado para producir la obra común de una LCD. Específicamente, se trata de un saber sobre cómo diseñar TIGD. Para entender ese saber, es necesario considerar que las TIGD son, antes que nada, tareas de geometría dinámica, lo que significa que la naturaleza de tales tareas está en simbiosis con el diseño y las potencialidades de la tecnología que es utilizada para ser exploradas (en ese caso, un SGD) (Borba *et al.*, 2018). De allí que diversos autores consideren las TD como herramientas que transforman la actividad de la clase de matemáticas, siempre que no sean subutilizadas (Borba y Villarreal, 2005; Hoyles, 2018).

Buscando evitar esa subutilización, Borba *et al.* (2018) destacan un conjunto de aspectos que caracterizan la exploración de tareas matemáticas mediadas por TD, basada en abordajes experimentales e investigativos. Así, de acuerdo con esos autores, las tareas matemáticas de ese tipo deben (entre otras cuestiones) favorecer los siguientes aspectos:

- Generación de conjeturas matemáticas
- Creación y simulación de modelos matemáticos
- Manipulación dinámica de objetos construidos
- Realización de comprobaciones de conjeturas usando un gran número de ejemplos
- Convencimiento sobre la veracidad de conjeturas
- Elaboración de nuevos tipos de problemas y construcciones matemáticas
- Exploración de diversas formas de resolución.

Teniendo en cuenta lo anterior, el saber sobre cómo diseñar una TIGD en una LCD se define como una síntesis evolutiva culturalmente codificada de acción y reflexión que implica ser consciente de que la tarea por elaborar debe favorecer el desarrollo de los aspectos que caracterizan la exploración de tareas matemáticas mediadas por TD, y considerar esos aspectos para tal fin.

### Consideraciones finales

Partiendo de los conceptos de saber y labor conjunta, ubicados en el núcleo de la conceptualización del aprendizaje que propone la TO ha sido posible plantear una manera de entender cómo profesores de matemáticas en servicio ponen en movimiento saberes

profesionales en actividades orientadas hacia la resolución, el análisis y el diseño de TIGD para la enseñanza de las matemáticas, cuando participan en procesos de formación docente en geometría. Como lo sugieren Cai *et al.* (2019), el artículo ha permitido mostrar cómo sus autores se basan en estas ideas centrales y las combinan con otras aportaciones de estudios sobre la formación de profesores de matemáticas, para producir un marco teórico que se muestra útil tanto para interpretar el fenómeno del aprendizaje docente en contextos formativos particulares, como para justificar las decisiones y acciones necesarias para avanzar en la investigación que ha motivado este trabajo.

Investigaciones como las realizadas por Gutiérrez y Pazuch (2020a) constituyen un primer esfuerzo para comprender cómo los saberes teorizados en este artículo son movilizados por profesores en formación continua, utilizando la conceptualización teórica aquí expuesta como herramienta para el momento del análisis de datos. Sin embargo, esta conceptualización no representa un producto acabado ni se pretende que lo sea. Por el contrario, constituye una reflexión crítica que ya ha servido de partida y que seguramente requerirá de mayor profundidad en sus planteamientos, sobre todo cuando se asume como referente una teoría de la educación matemática (la TO) contrapuesta a otras corrientes teóricas dominantes tanto a nivel escolar elemental como en la formación del profesorado de matemáticas.

## Referencias

- Arzarello, F., Olivero, F., Paola, D. y Robutti, O. (2002). A cognitive analysis of dragging practises in Cabri environments. *Zentralblatt fur Didaktik der Mathematik*, 34(3), 66-72. <http://dx.doi.org/10.1007/BF02655708>
- Borba, M. C., Silva, R. S. y Gadanidis, G. (2018). *Fases das tecnologias digitais em Educação Matemática* (2.a ed). Autêntica Editora. (Original publicado en el 2014).
- Borba, M. C. y Villarreal, M. E. (2005). *Humans-with-media and the reorganization of mathematical thinking: Information and communication technologies, modeling, experimentation and visualization*. Springer.
- Brocardo, J. (2014). Tarefas matemáticas. En L. Santos (ed.), *Investigação em Educação Matemática 2014: Tarefas Matemáticas* (pp. 3-4). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Christou, C., Mousoulides, N., Pittalis, M. y Pitta-Pantazi, D. (2005). Problem solving and problem posing in a dynamic geometry environment. *The Mathematics Enthusiast*, 2(2), 125-143. <https://scholarworks.umd.edu/tme>
- Cai, J., Morris, A., Hohensee, C., Hwang, S., Robison, V., Cirillo, M., Kramer, S. L. y Hiebert, J. (2019). Theoretical framing as justifying. *Journal for Research in*

- Mathematics Education, 50(3), 218-224. <http://dx.doi.org/10.5951/jresemathe-duc.50.3.0218>
- Cyrino, M. C. C. T. y Jesus, C. C. (2014). Análise de tarefas matemáticas em uma proposta de formação continuada de professoras que ensinam matemática. *Ciência e Educação*, 20(3), 751-764. <http://dx.doi.org/10.1590/1516-73132014000300015>
- Delgado, C. (2014). Práticas de seleção/construção e preparação de tarefas que visam o desenvolvimento do sentido de número. En L. Santos (ed.), *Investigação em Educação Matemática 2014: Tarefas Matemáticas* (pp. 27-55). Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Gutiérrez, R. E. y Pazuch, V. (2018). Elaboração de objetos de aprendizagem com o software GeoGebra para o ensino de geometria. *Boletim Online de Educação Matemática*, 6(12), 55-74. <http://dx.doi.org/10.5965/2357724X06122018055>
- Gutiérrez, R. E. y Pazuch, V. (2019). Tarefas de geometria dinâmica com objetos de aprendizagem para a exploração e a investigação de conceitos geométricos. *Boletim GEPEM*, (74), 20-36. <http://costalima.ufrj.br/index.php/gepem/article/view/264>
- Gutiérrez, R. E. y Pazuch, V. (2020a). Resolução, análise e elaboração de tarefas investigativas de geometria dinâmica: saberes mobilizados por professores de matemática em formação continuada. *Revista Paradigma*, 41(Extra-2), 190-226. <https://doi.org/10.37618/PARADIGMA.1011-2251.0.p190-226.id886>
- Gutiérrez, R. E. y Pazuch, V. (2020b). Tarefas investigativas de geometria dinâmica e saberes do professor que ensina matemática: uma revisão de literatura. *Jornal Internacional de Estudos em Educação Matemática*, 13(2), 120-132. <https://doi.org/10.17921/2176-5634.2020v13n2p120-132>
- Hoyles, C. (2018). Transforming the mathematical practices of learners and teachers through digital technology. *Research in Mathematics Education*, 20(3), 209-228. <https://doi.org/10.1080/14794802.2018.1484799>
- Jesus, C. C., Cyrino, M. C. C. T. y Oliveira, H. M. (2018). Análise de tarefas cognitivamente desafiadoras em um processo de formação de professores de Matemática. *Educação Matemática Pesquisa*, 20(2), 21-46. <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2018v20i2p21-46>
- Kalinke, M. A., Derossi, B., Janegitz, L. E. y Ribeiro, M. S. N. (2015). Tecnologias e educação matemática: Um enfoque em lousas digitais e objetos de aprendizagem. En M. A. Kalinke y L. F. Mocrosky (eds.), *Educação matemática: Pesquisas e possibilidades* (pp. 159-186). Ed. UTFPR.
- Laborde, C. (2001). Integration of technology in the design of geometry tasks with Cabri-geometry. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 6(3), 283-317. <https://www.learntechlib.org/p/93838/>
- Marrades, R. y Gutiérrez, A. (2000). Proofs produced by secondary school students learning geometry in a dynamic computer environment. *Educational Studies in Mathematics*, 44(1-3), 87-125. <https://doi.org/10.1023/A:1012785106627>
- Mirza, A. y Hussain, N. (2014). Motivating learning in mathematics through collaborative problem solving: A focus on using rich tasks. *Journal of Education and Educational Development*, 1(1), 26-39. <http://dx.doi.org/10.22555/joed.v1i1.13>
- Moretti, V. D. y Moura, M. O. (2011). Professores de matemática em atividade de ensino: Contribuições da perspectiva histórico-cultural



para a formação docente. *Ciência e Educação*, 17(2), 435-450. <https://doi.org/10.1590/S1516-73132011000200012>

- Oliveira, H. y Cyrino, M. (2013). Developing knowledge of inquiry-based teaching by analysing a multimedia case: One study with prospective mathematics teachers. *Journal of Education*, 1(3), 214-245.
- Olivero, F. y Robutti, O. (2007). Measuring in dynamic geometry environments as a tool for conjecturing and proving. *International Journal of Computers for Mathematical Learning*, 12(2), 135-156. <http://dx.doi.org/10.1007/s10758-007-9115-1>
- Ponte, J. P. (2003). Investigação sobre investigações matemáticas em Portugal. *Investigar em educação*, 2, 93-169.
- Ponte, J. P. (2005). Gestão curricular em matemática. En GTI (ed.), *O professor e o desenvolvimento curricular* (pp. 11-34). Associação de Professores de Matemática.
- Ponte, J. P. (2010). Explorar e investigar em matemática: Uma actividade fundamental no ensino e na aprendizagem. *Unión: Revista Iberoamericana de Educación Matemática*, 6(21), 13-30. <https://union.fespm.es/index.php/UNION/issue/view/28/26>
- Ponte, J. P. (2012). Estudiando el conocimiento y el desarrollo profesional del profesorado de matemáticas. En N. Planas (ed.), *Teoría, crítica y práctica de la educación matemática* (pp. 83-98). Graó.
- Ponte, J. P. (ed.). (2014). *Práticas profissionais dos professores de matemática*. Instituto de Educação da Universidade de Lisboa.
- Ponte, J. P., Brocardo, J. y Oliveira, H. (2016). *Investigações matemáticas na sala de aula* (3.a ed.). Autêntica Editora. (Original publicado en el 2003).
- Prieto G. J. L. y Valls, J. (2010). Aprendizaje de las características de los problemas aritméticos elementales de estructura aditiva en estudiantes para maestro. *Educación Matemática*, 22(1), 57-85. <http://somidem.com.mx/revista/vol22-1/>
- Radford, L. (2013). Three key concepts of the theory of objectification: Knowledge, knowing, and learning. *Journal of Research in Mathematics Education*, 2(1), 7-44. <http://doi.dx.org/10.4471/redimat.2013.19>
- Radford, L. (2014a). De la teoría de la objetivación. *Revista Latinoamericana de Etnomatemática*, 7(2), 132-150.
- Radford, L. (2014b, 18 de octubre). La enseñanza-aprendizaje desde una perspectiva histórico-cultural: La teoría de la objetivación [vídeo]. [https://www.luisradford.ca/pub/video\\_gemad\\_Oct18\\_2014.html](https://www.luisradford.ca/pub/video_gemad_Oct18_2014.html)
- Radford, L. (2015). Methodological aspects of the theory of objectification. *Perspectivas da Educação Matemática*, 8(número temático), 547-567.

- Radford, L. (2017a). Aprendizaje desde la perspectiva de la teoría de la objetivación. En B. D'Amore y L. Radford (eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 115-136). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Radford, L. (2017b). A teoria da objetivação e seu lugar na pesquisa sociocultural em educação matemática. En V. D. Moretti y W. L. Cedro (eds.), *Educação Matemática e a teoria histórico-cultural* (pp. 229-261). Mercado de Letras.
- Radford, L. (2017c, 28 de septiembre). Saber, conocimiento y aprendizaje en matemáticas [vídeo]. YouTube. [https://www.youtube.com/watch?v=kt\\_IYXkHc5w](https://www.youtube.com/watch?v=kt_IYXkHc5w)
- Radford, L. (2017d). Saber y conocimiento desde la perspectiva de la teoría de la objetivación. En B. D' Amore y L. Radford (eds.), *Enseñanza y aprendizaje de las matemáticas: Problemas semióticos, epistemológicos y prácticos* (pp. 97-114). Universidad Distrital Francisco José de Caldas.
- Radford, L. (2018). Algunos desafíos encontrados en la elaboración de la teoría de la objetivación. *PNA*, 12(2), 61-80. <http://hdl.handle.net/10481/49438>
- Radford, L. (2019). Un recorrido a través de la teoría de la objetivación. En S. Takeco-Gobara y L. Radford (eds.), *Teoria da objetivação: Fundamentos e aplicações para o ensino e aprendizagem de ciências e matemática* (pp. 15-42). Livraria da Física.
- Ramos, N., Trevisan, A. L. y Mendes, M. (2019). Delineamento de tarefas de cálculo diferencial e integral envolvendo sequências numéricas: Análise de um processo. *Alexandria: Revista de Educação em Ciência e Tecnologia*, 12(2), 27-49. <http://dx.doi.org/10.5007/1982-5153.2019v12n2p27>
- Roque, T. (2014). Desmascarando a equação. A história no ensino de que matemática? *Revista Brasileira de História da Ciência*, 7(2), 167-185. [https://www.sbhc.org.br/arquivo/download?ID\\_ARQUIVO=1955](https://www.sbhc.org.br/arquivo/download?ID_ARQUIVO=1955)
- Santos, L. (ed.). (2014). *Investigação em Educação Matemática 2014: Tarefas matemáticas*. Sociedade Portuguesa de Investigação em Educação Matemática.
- Serrazina, L. (2012). Conhecimento matemático para ensinar: Papel da planificação e da reflexão na formação de professores. *Revista Eletrônica de Educação*, 6(1), 266-283. <http://dx.doi.org/10.14244/19827199355>
- Serrazina, L. (2017). Planificação do ensino e aprendizagem da matemática. En GTI (ed.), *A prática dos professores: Planificação e discussão coletiva na sala de aula*, (pp. 9-31). Associação de Professores de Matemática.
- Steele, D. F. (2001). Vozes entusiastas de jovens matemáticos. *Educação e Matemática*, (62), 39-42. <http://www.apm.pt/apm/revista/educ62/educ62.htm>
- Stein, M. K., Grover, B. W. y Henningsen, M. (1996). Building student capacity for mathematical thinking and reasoning: An analysis of mathematical tasks used in reform classrooms. *American Educational Research Journal*, 33(2), 455-488. <https://doi.org/10.3102/00028312033002455>
- Stein, M. y Smith, M. (2009). Tarefas matemáticas como quadro para a reflexão. *Educação e Matemática*, (105), 22-28. <http://www.apm.pt/portal/em.php?id=162672&rid=134994>
- Stein, M. K., Smith, M. S., Henningsen, M. A. y Silver, E. A. (2009). *Implementing standards-based mathematics instruction: A casebook for professional development*. Teachers College Press.

- Trocki, A. y Hollebrands, K. (2018). The development of a framework for assessing dynamic geometry task quality. *Digital Experiences in Mathematics Education*, 4(2-3), 110-138. <https://doi.org/10.1007/s40751-018-0041-8>
- Valente, W. R. (2017). A matemática a ensinar e a matemática para ensinar: Os saberes para a formação do educador matemático. En R. Hofstetter y W. R. Valente (eds.), *Saberes em (trans)formação: Tema central da formação de professores* (pp. 201-228). Livraria da Física.
- Vieira, A. F., Trevisan, A. L., Baldini, L. A. y Rocha, Z. F. (2018). Conhecimentos mobilizados por uma professora no delineamento de uma tarefa matemática. *Educação Matemática em Revista – RS*, 2(19), 144-153. <http://www.sbem.com.br/revista/index.php/EMR-RS/article/view/1797>
- Vieira, A. F., Trevisan, A. L. y Baldini, L. A. (2019). Ações de professores na elaboração e implementação de tarefas envolvendo conceitos algébricos. *Educação Matemática Pesquisa*, 21(3), 296-321. <http://dx.doi.org/10.23925/1983-3156.2019vo-121i3p296-321>
- Villa-Ochoa, J. y Alencar, E. S. D. (2019). Profesores de matemáticas: Investigación sobre los saberes, competencias y modelos para su formación profesional. *Uni-pluriversidad*, 19(2), 10-16. <https://doi.org/10.17533/udea.unipluri.19.2.01>
- Yeo, J. B. W. (2007). Mathematical tasks: Clarification, classification and choice of suitable tasks for different types of learning and assessment. *Mathematics and Mathematics Education*, 1-26. <http://hdl.handle.net/10497/949>

### Forma de citar este artículo:

- Soler, M. G., Cárdenas, F. A. y Umbarila, X. (2022). Formación doctoral en la Universidad Gutiérrez, R. E., Pazuch, V. y Prieto G., J. L. (2022). Tareas investigativas mediadas por tecnologías digitales. Una conceptualización de saberes movilizados por profesores de matemáticas en formación continua. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (51). XXXXXX