



Revisión documental sobre la formación y el conocimiento del profesor de matemáticas

- Documentary Review on the Training and Knowledge of the Mathematics Teacher
- Revisão documental sobre a formação e o conhecimento do professor de matemática

Resumen

Este artículo presenta los resultados de una revisión documental de artículos de investigación publicados en el periodo 2015-2019 en el Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), Psychology mathematics education (PME) y North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA). Esta revisión se realizó con la intención de determinar los problemas de investigaciones, enfoques teóricos y metodológicos que se utilizan en el estudio sobre el conocimiento del profesor de matemáticas que se ocupan de habilidades situadas, y los enfoques que permiten estudiar prácticas con tecnología. Se toma como perspectiva metodológica la investigación documental, la cual, se desarrolla mediante una clasificación de documentos, a través de palabras claves como la Formación Docente, Conocimiento del Profesor de Matemáticas, Competencia Matemática y el Enfoque Documental. Se reconoce a partir del desarrollo metodológico, que existe una discusión al interior de la comunidad de educadores matemáticos, frente a los procesos de formación docente y su incidencia en las prácticas de enseñanza; en especial al sentido, alcances y limitaciones de programas de formación de profesores de matemáticas.

Palabras clave

revisión documental; formación docente; conocimiento del profesor de matemáticas; competencia matemática; enfoque documental

Abstract

This paper presents the results of a documentary review from research articles published between 2015 and 2019 in the Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), Psychology mathematics education (PME), and the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA). This revision was carried out with the aim of determining research problems, theoretical and methodological approaches used in the study on mathematics teacher knowledge dealing with situated skills, and the approaches that allow studying practices with technology. Documentary research is taken as a methodological perspective, which is developed through a classification of documents and keywords such as Teacher

Gilbert Andrés Cruz-Rojas*

* Magíster en educación, Universidad del Valle; licenciado en Educación Básica con énfasis en Matemáticas, Universidad del Valle. Coordinador de Proyectos del Centro de Innovación Educativa Regional Sur. gilbert.a.cruz.r@correounivalle.edu.co; Orcid: <https://orcid.org/0000-0001-7391-9462>



Training, Knowledge of the Mathematics Teacher, Mathematical Competence, and the Documentary Approach. It is recognized from the methodological development, that there is a discussion within the community of mathematical educators, regarding the teacher training processes and their impact on teaching practices and especially the sense, scope, and limitations of mathematics teacher training programs.

Keywords

documentary review; teacher training; knowledge of the mathematics teacher; mathematical competence; documentary approach

Resumo

Este artigo apresenta os resultados de uma revisão documental de artigos de pesquisa, publicados no período 2015-2019 no Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), Psychology mathematics education (PME) e North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA). Esta revisão foi realizada com o intuito de determinar os problemas de pesquisas, enfoques teóricos e metodológicos usados no estudo sobre o conhecimento do professor de matemáticas que se ocupam das habilidades situadas, e os abordagens que permitem o estudo de práticas com tecnologia. A perspectiva metodológica é a pesquisa documental (análise documental), a qual é desenvolvida através da classificação de documentos, através de palavras-chaves como: Formação Docente, Conhecimento do Professor de Matemática, Competência Matemática e Abordagem Documental. Reconhece-se, a partir do desenvolvimento metodológico, que há uma discussão no interior da comunidade de educadores matemáticos, sobre os processos de formação de professores e sua incidência nas práticas de ensino; em especial ao sentido, alcances e limitações dos programas de formação de professores de matemática.

Palavras-chave

revisão documental; formação de professores; conhecimento do professor de matemática; competência matemática; abordagem documental

Introducción

Este documento se deriva de la tesis doctoral en desarrollo “Una mirada profesional del sistema de recursos del profesor de matemáticas en contextos rurales”, que estudia las características de las prácticas de enseñanza de profesores de matemáticas en servicio que integran tecnología digital en contextos rurales. Inicialmente se realiza un primer acercamiento a la problemática mediante una revisión documental que busca identificar los problemas de investigación, aproximaciones teóricas y metodológicas que se utilizan para estudiar la formación y el conocimiento del profesor de matemáticas. Para lo anterior, se propone en este escrito abordar las siguientes preguntas: ¿Qué marco de referencia justifica el estudio de la formación y el conocimiento del profesor de matemáticas? ¿Cuál fue la metodología en la revisión documental realizada? ¿Cuáles fueron los principales resultados de la revisión documental realizada? ¿Qué conclusiones se derivan de esta revisión documental?

Este estudio se propone como perspectiva metodológica la investigación documental, que se desarrolla mediante una clasificación de documentos con base en palabras clave. Como principal resultado se plantea que existe una discusión en la comunidad de educadores matemáticos, frente a los procesos de formación docente y su incidencia en las prácticas de enseñanza y, en especial, al sentido, los alcances y las limitaciones de programas de formación de profesores de esta área.

Marco de referencia

El estudio de las prácticas de enseñanza del profesor de matemáticas, permite reconocer la discusión que existe entre los educadores matemáticos sobre la formación docente, en relación con sus alcances y limitaciones

(Arboleda, 2016). A. Guacaneme y Mora (2011) señalan la urgencia “de investigar sobre la educación de profesores de matemáticas, pues ello constituye una vía para comprender de mejor manera la actividad que desarrolla y quizá, en consecuencia, una manera de cualificar y mejorar la formación de los profesores” (p. 108). Esta discusión en el campo de la educación matemática exige a los grupos de investigación una construcción de su identidad, mediante la evolución de sus propios enfoques teóricos y metodológicos, de manera que permitan dar cuenta de las prácticas de enseñanza a partir del conocimiento del profesor de matemáticas (González y Cruz, 2018; Guacaneme *et al.*, 2013, 2019; Salinas-Hernández *et al.*, 2018). En un caso puntual, León-Salinas (2017) reconoce la diversidad de enfoques y destaca la aproximación socioepistemológica como una teoría emergente en educación matemática.

La práctica de enseñanza, según Llinares (2019) se “puede entender como un sistema de actividades del profesor” (p. 1), que tiene que ver principalmente con la selección y el diseño de tareas que deben ser matemáticamente relevantes para los estudiantes. La práctica tiene que ver también con la gestión de las diferentes fases de una clase, las discusiones matemáticas en el aula; la interpretación y el análisis del pensamiento matemático de los estudiantes. Lo anterior determina desafíos relacionados con aprender sobre la práctica de enseñar matemáticas, desde la competencia matemática del profesor (Llinares, 2019).

En la práctica del profesor de matemáticas, Artigue (2015) utiliza los desarrollos conceptuales y metodológicos del enfoque documental para destacar el papel desempeñado por los recursos, particularmente los tecnológicos, producidos en colaboración, y la consideración de la adaptabilidad necesaria

de estos recursos en diferentes contextos. Las interacciones que se pueden gestar entre los profesores y los recursos pueden ser variadas y demandan investigación (Gueudet, 2017). Gueudet *et al.* (2012) propone una ampliación de métodos y conceptos en tres direcciones “hacia el conjunto de los recursos de la actividad de los profesores, hacia todos los tipos de recursos para la enseñanza y hacia la génesis colectiva de procesos” (p. 2). Sin embargo, Artigue (2015) llama la atención frente a la dificultad que se tiene para analizar el impacto real de iniciativas de este tipo y reconoce necesario realizar estudios de caso que permitan obtener información que vaya más allá de la aplicación de cuestionarios. Actualmente, trabajos como el de Salinas-Hernández *et al.* (2018) proponen la red de teorías (*networking of theories*) como una aproximación metodológica que posibilita la conexión entre los diferentes componentes de una práctica y la influencia que tiene el desarrollo histórico del uso de artefactos.

Para la formulación metodológica de la revisión documental durante el periodo 2015-2019 en las memorias del Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME), Psychology Mathematics Education (PME) y North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (PME-NA) se toman como referencia, principalmente como palabras clave *formación docente, conocimiento del profesor de matemáticas, competencia matemática y enfoque documental*.

Metodología

La perspectiva metodológica se apoya en los planteamientos de García (2015) y de Goos (2018) en relación con la investigación documental. Las fuentes de información (CERME, PME y PME-NA) destacan la periodicidad de los encuentros y el impacto de los investigadores que se convocan. También se reconoce una amplia variedad de líneas o temas de investigación, los cuales se han incrementado en los últimos años. Una muestra de lo anterior son las veinticuatro líneas de investigación en las cuales se enmarcan los trabajos del CERME y las catorce líneas del PME-NA. De igual forma, las catorce líneas que se determinan en el PME. Desde los últimos encuentros, las líneas de investigación y modalidades de participación se han incrementado, lo que muestra un dinamismo del campo de investigación y una expansión permanente. Se aprecia la aparición en el noveno encuentro del CERME (2015) de líneas de investigación sobre el conocimiento del profesor de matemáticas y su desarrollo profesional. También, surgió en ese mismo año la línea de aprendizaje de las matemáticas con tecnología digital, la cual aparecía integrada, anteriormente, a procesos de enseñanza. De manera similar, en el encuentro 38 del PME-NA aparece, de manera particular, el tema de investigación sobre el profesor de matemáticas en servicio y su desarrollo profesional. El desarrollo metodológico contempló tres momentos (véase la figura 1).



Figura 1. Desarrollo metodológico de la revisión documental.

Fuente: elaboración propia

La clasificación de la información se realizó mediante la revisión de los documentos presentados en el periodo 2015-2019 en el CERME, PME y PME-NA y se tomaron como referencia los siguientes conceptos o categorías:

- I. Formación docente/*Teacher training*
- II. Conocimiento del profesor de matemáticas/*Mathematics teacher knowledge*
- III. Competencia matemática/*Mathematical competence*
- IV. Enfoque documental/*Documentational approach*

Para la revisión inicial de los documentos se utilizó el buscador de palabras de Adobe Acrobat Reader y para la organización de la documentación¹ encontrada se construyeron tres hojas de cálculo en Google Drive, donde se registró información sobre el tipo de escrito (ponencia o póster), la modalidad de participación (ponencia, póster, conferencia plenaria, conferencia paralela, taller y curso), la línea de investigación en donde se ubica el trabajo presentado, la cantidad de autores, sus nombres y las respectivas entidades, universidades o grupos de investigación que representaban.

En la selección se identificaron documentos mediante la revisión del resumen en cada escrito. De igual forma, se profundizó

¹ En los resultados no se profundiza en estas variables, ya que su incidencia en la selección no fue relevante.

en la búsqueda de palabras para determinar la frecuencia con la que aparece la categoría (véase la tabla 1) y la ubicación de esta aparición en el texto; es decir, si la categoría está localizada en la etapa inicial, en el desarrollo y/o en las conclusiones. De acuerdo con lo anterior, los artículos seleccionados corresponden a aquellos en los que aparecen tres o más veces alguna categoría. Los documentos fueron importados en la herramienta Mendeley, para gestionar las respectivas referencias y para registrar notas en la revisión documental y metadatos de los documentos, como por ejemplo palabras clave y resumen.

Para el último momento de la figura 1, se tomaron como referencia los documentos seleccionados y se realizó su análisis cualitativo, el cual se registró en tres hojas de cálculo de Google Drive que respondían a las siguientes preguntas:

- ¿Qué problema de investigación se presenta en los estudios?
- ¿En qué línea de investigación se inscribe el estudio?
- ¿Qué tipo de enfoques teóricos y metodológicos se utilizan en las investigaciones realizadas?
- ¿Qué conclusiones se relacionan con el problema de investigación² que orienta nuestra propuesta doctoral?
- ¿Qué conexiones conceptuales y metodológicas se establecen con el problema de investigación que orienta la propuesta doctoral?

² Problema de investigación que busca responder a la pregunta ¿Qué caracteriza el sistema de recursos del profesor de matemáticas durante ciclos de observación de su mirada profesional en contextos rurales?

Resultados

Los resultados que se reportan en cada uno de los eventos se caracterizan por ser estudios dentro de líneas de investigación del campo, en donde se reconoce un incremento en la cantidad de trabajos presentados y en la aparición de nuevas líneas de estudio (véanse los resultados en la tabla 1). En el proceso de clasificación, se realizó una búsqueda de información en cada uno de los documentos publicados oficialmente por las fuentes consultadas. Producto de lo anterior, se clasificaron los documentos preseleccionados, en donde se puede apreciar el incremento en la cantidad de trabajos presentados.

Tabla 1. Cantidad de trabajos presentados en los encuentros realizados en el periodo 2015-2019

Año	2015		2016		2017		2018		2019	
Evento	T ^a	P ^b	T	P	T	P	T	P	T	P
CERME	517	72	0	0	644	91	0	0	677	102
PME	260	22	331	27	291	24	58	5	297	22
PME-NA	330	6	441	8	369	11	358	12	0	0
Total	1107	100	772	35	1304	126	416	17	974	124

^aT: total de documentos existentes; ^bP: documentos preseleccionados

Fuente: elaboración propia.

De acuerdo con los datos registrados en la tabla 1, se aprecia que el universo total de documentos fue de 4573, de los cuales 402 documentos fueron preseleccionados. De estos, la relación con las categorías definidas se puede apreciar en la figura 2.

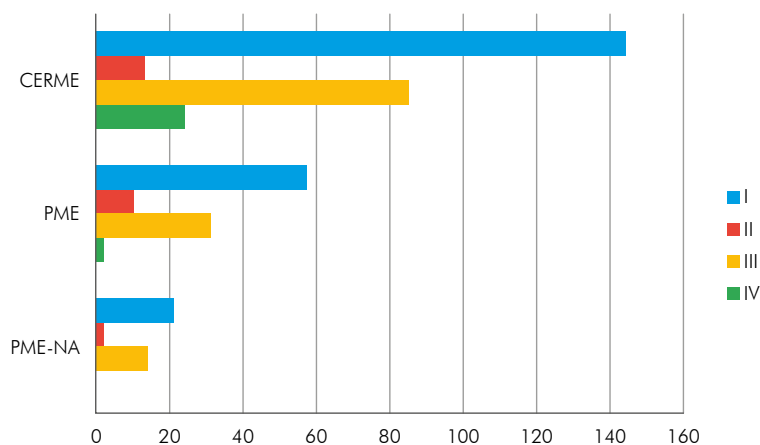


Figura 2. Cantidad de documentos preseleccionados, según categorías I, II, III y IV

Fuente: elaboración propia

En la figura 2 se aprecia que gran parte de los trabajos encontrados pertenecen al CERME. La mayoría de los resultados de investigación se relacionan de manera directa con formación docente y competencia matemática. También se presentan estudios realizados sobre el conocimiento del profesor de matemática en una frecuencia similar en el CERME y PME. Los

pocos resultados del enfoque documental aparecen reportados con mayor frecuencia en el CERME.

De acuerdo con la clasificación de los 402 documentos, se seleccionaron 53 de ellos para el análisis, a partir de los criterios definidos en la sección anterior. La distribución de estos datos se aprecia en la tabla 2.

Tabla 2. Comparativo de trabajos preseleccionados y seleccionados

Año	2015		2016		2017		2018		2019	
	P ^a	S ^b	P	S	P	S	P	S	P	S
CERME	72	9	0	0	91	11	0	0	102	16
PME	22	2	27	5	24	2	5	0	22	3
PME-NA	6	0	8	2	11	1	12	2	0	0
Total	100	11	35	7	126	14	17	2	124	19

^aP: documentos preseleccionados; ^bS: documentos seleccionados

Fuente: elaboración propia

La distribución de los documentos seleccionados mediante las categorías definidas se aprecia en la figura 3.

De estos 402 documentos se seleccionaron 57, entre los cuales se establecen relaciones directas con las categorías de búsqueda, como se aprecia en la tabla 3.

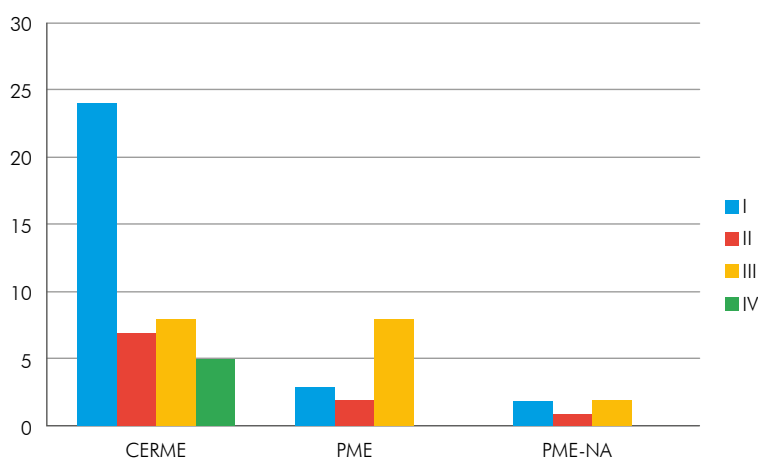


Figura 3. Documentos seleccionados, según categorías.

Fuente: elaboración propia.

Tabla 3. Total de documentos seleccionados, según categoría y frecuencia

Categoría	Frecuencia
Formación docente	27
Conocimiento del profesor de matemáticas	9
Competencia matemática	16
Enfoque documental	5

Fuente: elaboración propia.

En los resultados presentados se puede reconocer la tendencia a que la mayoría de los trabajos se relacionen de manera directa con la formación docente y la competencia matemática, lo cual supone un interés fuerte por parte de la comunidad de investigadores en estos temas.

Formación docente

En la parte final del análisis, se reconocen trabajos que estudian el tipo de conocimiento o habilidades que deben tener los profesores de matemáticas, en formación inicial y en servicio. Al respecto, trabajos sobre la formación inicial como los de Rinvold y Lorange (2011) y Fonseca y Cunha (2011) centran la atención en el conocimiento matemático y revelan actitudes negativas hacia el aprendizaje de las matemáticas por parte de los futuros profesores. En esta línea, Zambak y Carduner (2019) estudian también las habilidades *in situ* de los profesores en formación e indagan por la manera en que estos entienden las prácticas de enseñanza.

Dentro de las habilidades y conocimientos que se abordan en procesos formativos, Tichá y Hošpesová (2015) reconocen la importancia de la perspectiva de resolución de problemas de palabras en la formación. En este sentido, se destaca el trabajo de en donde se discuten los principios del diseño de tareas para mejorar las prácticas de los profesores en formación inicial. Estos autores consideran la forma de notar la comprensión matemática de los estudiantes cuando se integran las trayectorias de aprendizaje como una herramienta metodológica.

Trgalova y Jahn (2013) sugieren estudiar el impacto de los procesos formativos en las prácticas de los profesores, desde una perspectiva de la colaboración asociada al trabajo colectivo docente en comunidades de práctica. La colaboración es un aspecto clave en un proceso formativo, como lo muestran Gurjanow *et al.* (2018), quienes afirman que la utilidad o el impacto que puede tener este tipo de trabajo para la implementación de herramientas digitales en las clases es alto. Actualmente uno de los resultados de este tipo de trabajo colaborativo se puede ver reflejado en el desarrollo de proyectos interdisciplinarios de ciencia, tecnología, ingeniería y matemáticas (Science, Technology, Engineering and

Mathematics [STEM]), como lo estudian Lantau y Bracke (2019). Asimismo, la colaboración puede estudiarse a partir de los efectos de una formación docente, como lo señalan Sproesser *et al.* (2019).

La colaboración en procesos de diseño es un factor clave que considera el aprendizaje como parte de una comunidad de práctica y proporciona un modelo útil para el desarrollo profesional de los profesores, Meletiou-Mavrotheris y Papparistodemou (2011). Amit y Hoch (2017), por su parte, configuran escenarios de colaboración para determinar relaciones entre objetivos de enseñanza y tareas matemáticas. Arbaugh *et al.* (2016) presentan herramientas conceptuales de análisis vinculadas empíricamente en un modelo situado de aprendizaje docente en una comunidad de práctica. En este sentido, estudios como el de Rotem *et al.* (2019) presentan un análisis situado de las interpretaciones que los profesores en formación ofrecen al pensamiento matemático de los estudiantes en eventos observables críticos.

La formación docente se estudia también desde propuestas curriculares, en las que se analizan los contenidos de los cursos, la formulación de problemas matemáticos y la historia de las matemáticas, como lo muestran los trabajos de Horoks *et al.* (2015), Malaspina *et al.* (2015) y Chorlay (2018), respectivamente. En esta línea se destaca el trabajo de Van den Bogaart-Agterberg (2019), quien describe y evalúa la relación entre el conocimiento de la historia de las matemáticas y las actividades en el aula. De igual forma, Lacerda Jacinto y Jakobsen (2019) examinan cómo los profesores de primaria en servicio perciben el conocimiento matemático para la enseñanza. El estudio destaca la importancia de los conceptos matemáticos y los aspectos históricos necesarios para la enseñanza.

Otros estudios destacan el trabajo en aula que integra diferentes disciplinas, como el realizado por Bracke y Lantau (2017), quienes se basan en el desarrollo de ciclos de modelación. Desde este enfoque, Stender y Kaiser (2017) estudian el uso de estrategias heurísticas por parte de los estudiantes dentro de las actividades de modelación y la promoción de la ayuda estratégica provista por los tutores. Por su parte, Meletiou-Mavrotheris *et al.* (2019) centran la mirada en el trabajo que realizan los profesores en servicio de primaria cuando integran juegos digitales dentro del currículo de matemáticas.

Conocimiento del profesor de matemáticas

En la base de datos estudiada también se observa un marcado interés en el conocimiento del profesor de matemáticas desde una perspectiva situada, para lo cual, se configuran escenarios de trabajo con profesores en formación y en servicio. En los trabajos se analiza la incidencia de los conocimientos profesionales del docente en su propia práctica. Desde esta perspectiva, Rowland *et al.* (2013) estudian la generación de conciencia en la importancia de algunos componentes de la didáctica de las matemáticas, y en proporcionar nuevas herramientas en algunos aspectos significativos de la formación de profesores.

Algunos estudios que se centran en prácticas de profesores en servicio, como el de Clivaz y Shuilleabhain (2017), analizan el conocimiento del profesor de matemáticas incorporado durante un ciclo de estudio de la lección, teniendo en cuenta marcos teóricos del conocimiento matemático para la enseñanza y los niveles de actividad docente. El estudio de las lecciones cobra valor importante para el tipo de investigación que se realiza; a este respecto, Schäfer y Ferri (2019) señalan

que comprender el proceso de aprendizaje de los docentes debería ayudar a mejorar su conocimiento y desarrollo en todos los niveles, y una forma de abordar esto es “aprender de las lecciones”, lo cual permite comprender el aprendizaje *in situ* del profesor, mediante la generación y análisis de datos sobre la gestión de la clase del profesor. Asimismo, Chan *et al.* (2019) investigan el desarrollo de la formación de docentes mediante la implementación de un concepto que denominan profesionalización coherente, en el cual se combina el conocimiento matemático-didáctico con conceptos pedagógicos y cognitivos.

Por su parte, Mosvold y Hoover (2017) indagan de qué manera el conocimiento matemático para la enseñanza influye en la práctica docente. Existe una variabilidad en el lenguaje para describir la enseñanza y en qué tan enfocados están los estudios en la enseñanza. De igual forma, Barton (2019) estudia objetos, acciones y eventos de la clase que atienden los maestros en diferentes países de manera comparativa y la relación con el aprendizaje. Investigan también sobre cómo se ve influenciada la atención selectiva del maestro por el conocimiento y las creencias, el contenido y la estructura de la lección y las características contextuales de la escuela y el aula.

A este respecto, es importante señalar que el estudio del conocimiento del profesor de matemáticas, según Kwon (2017), da lugar a debates sobre las competencias profesionales de los docentes de esta área y pueden caracterizarse desde un enfoque cognitivo versus un enfoque situado, pero también desde la integración de ambos.

Competencia matemática

Frente al concepto de competencia matemática, los problemas de investigación reseñados reconocen por un lado la competencia matemática que le permite al estudiante, interactuar con otros actores en la construcción de conocimiento matemático. Por otro, también reconocen el conocimiento profesional del docente en relación con el tipo de situación de enseñanza y su gestión *in situ*. Se señala como aspecto importante por tener en cuenta que la enseñanza de estrategias cognitivas y metacognitivas podría permitir a los alumnos aprender mejor las matemáticas (Sarrazy y Novotna, 2011).

Otro aspecto de la enseñanza se relaciona con las competencias en informática que deben desarrollarse en las escuelas (Ludes y Schütte, 2017). En el estudio de estos autores, se destaca la importancia de los entornos de aprendizaje que fomentan la cooperación y la interacción entre los participantes. En este sentido, Ivars *et al.* (2016) analiza cómo la escritura de narrativas podría permitir a los profesores en servicio desarrollar habilidades para la enseñanza.

Otros estudios, como los de Smith (2017; 2018) analizan las prácticas discursivas que fomentan la historia de la competencia matemática y llaman la atención sobre el papel del pensamiento matemático. Novotná (2017) reconoce

que estamos en un mundo cambiante, que también transforma las competencias profesionales de los docentes y es necesario que estos cambios se vean reflejados en las prácticas. Las nuevas condiciones imponen nuevas exigencias a la competencia profesional de los docentes y un campo de indagación lo constituyen las tareas matemáticas que promueven un pensamiento matemático.

El estudio de las tareas matemáticas constituye un aspecto clave en las prácticas de enseñanza. Al respecto, Pettersen y Nortvedt (2016) analizan la manera como un grupo de profesores identifican el nivel de demandas de competencia en tareas matemáticas que se les proponen. Las características de las tareas de matemáticas establecidas en una prueba muestran también que la demanda cognitiva de la mayoría de las competencias necesarias para resolverlas es bastante baja (Drüke-noe y Kühn, 2017). Lithner (2015), por su parte, afirma que el diseño de tareas basado en el razonamiento de los estudiantes en la solución de tareas puede ser más efectivo para el aprendizaje.

El estudio de Piñeiro *et al.* (2019) analiza el conocimiento sobre el proceso de resolución de problemas de futuros profesores de primaria, y señala que la mayoría de estudios sobre la comprensión de los profesores de estos procesos se han centrado principalmente en sus creencias y concepciones en detrimento de las características de su conocimiento profesional.

En cuanto a la articulación de las tareas matemáticas con la enseñanza en otros campos profesionales, Palmér (2016) afirma que se sabe poco sobre cómo el emprendimiento influye en la enseñanza. Los resultados indican que puede haber una situación de beneficio mutuo entre las competencias matemáticas y empresariales, al menos en lo que respecta a la creatividad. Una propuesta que se destaca

es la de Hicks *et al.* (2018), quienes estudian las formas en que los programas educativos fuera de la escuela extienden el apoyo a los jóvenes estudiantes afroamericanos de alto rendimiento interesados en STEM.

Enfoque documental de la didáctica

Por último, para el enfoque documental, Sánchez (2011) y Kayali y Biza (2017) abordan problemas de investigación asociados al conocimiento del profesor de matemáticas en un contexto de trabajo grupal en donde se realiza mediación de tecnología digital. Como enfoque teórico se asume el enfoque documental y como propuesta metodológica se aborda la investigación reflexiva.

En publicaciones recientes del CERME se observa un aumento en la investigación realizada desde la perspectiva anterior. Se destacan trabajos como el de Christo e Iglori (2019), quienes presentan elementos de una investigación preliminar sobre la enseñanza y el aprendizaje del concepto de derivada a través del estudio de las interacciones entre los docentes y los sistemas de recursos de acuerdo con el enfoque documental. En trabajos como el de Wang *et al.* (2019) centran su interés en los recursos curriculares de los profesores a través de sus propios sistemas, por medio de un estudio comparativo que articula el enfoque documental con otros referentes teóricos. Otros estudios que proponen articulaciones teóricas son los realizados por Lindenskov Tamborg *et al.* (2019).

Conclusiones

En esta revisión documental se destaca la importancia de la reflexión sobre el diseño de tareas matemáticas para el desarrollo de distintas habilidades de los estudiantes. De allí,

la necesidad de estudiar las características de las habilidades y competencias del profesor para resolver problemas *in situ*. Se destaca también el interés que suscita en estos documentos el estudio didáctico y pedagógico de la resolución de problemas matemáticos.

De igual forma, se reconocen trabajos desde un punto de vista cognitivo y otro situado. La tendencia es una conexión entre las dos perspectivas. Los enfoques teóricos varían de un estudio a otro; sin embargo, en las estrategias metodológicas se destaca el estudio de lecciones de los profesores.

El conocimiento profesional del docente de matemáticas requerido en el diseño de tareas para favorecer el desarrollo de las competencias matemáticas de los estudiantes en contextos diversos es otro de los grandes temas de estudio de los documentos reseñados. En este sentido, las habilidades situadas del docente son tenidas en cuenta como un asunto clave, por cuanto inciden en la construcción del conocimiento de los estudiantes. Es importante, asimismo, reconocer el papel que tiene en el conocimiento del profesor su experiencia, su trayectoria de aprendizaje y las comunidades de aprendizaje (no solo las académicas, sino también las de práctica). En este sentido, el diseño de tareas que integra recursos pedagógicos digitales es clave.

Referencias

- Amit, M. y Hoch, H. L. (2017). The reasons underlying mathematics teachers' decisions about the teaching objectives of a mathematical task. En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3224-3233). Institute of Education, Dublin City University y ERME.
- Arbaugh, F., Bannister, N. y Simpson, A. (2016). Pressing methodological boundaries: Analyzing PCK using frame alignment processes. En M. B. Wood, E. E. Turner, M. Civil y J. A. Eli (Eds.), *Proceedings of the 38th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1620-1623). The University of Arizona.
- Arboleda, L. C. (2016). *La preparación de docentes de Matemáticas en Colombia 1*. XIV CIAEM, 409-418.
- Artigue, M. (2015). *Soutenir le développement professionnel des enseignants: un défi majeur à relever*. XIV CIAEM-IACME. Chiapas, México.
- Barton, D. (2019). Learning from lessons: Structure and construction of mathematics teacher knowledge—first insights of the German case study. En M. Graven, H. Venkat, A. A. Essien y P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 1)* (pp. 122-123). PME, University of Pretoria.

- Bracke, M. y Lantau, J. (2017). Mathematical modelling of dynamical systems and implementation at school. En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 908-915). Institute of Education, Dublin City University y ERME.
- Chan, M. C. E., Clarke, D. J., Clarke, D. M., Roche, A., Cao, Y. y Peter-Koop, A. (2019). Learning from lessons: Studying the structure and construction of mathematics teacher knowledge in Australia, China and Germany. *Mathematics Education Research Journal*, 3646-3647. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf
- Chorlay, R. (2018). Mathematical analysis of informal arguments: A case-study in teacher-training context. En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1701-1708). Institute of Education, Dublin City University y ERME.
- Christo, D. y Iglioni, S. (2019). The integration of digital resources into teaching and learning practices of the derivative concept. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 2452-2453. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf
- Clivaz, S. y Shuilleabhain, A. (2017). Analysing mathematics teacher learning in lesson study-A proposed theoretical framework. En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2820-2827). Institute of Education, Dublin City University y ERME.
- Drücke-noe, C. y Kühn, S. M. (2017). Cognitive demand of mathematics tasks set in European Statewide Exit Exams—Are some competences more demanding than others? En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3484-3491). Institute of Education, Dublin City University y ERME.
- Fonseca, L. y Cunha, E. (2011). Preservice teachers and the learning of geometry. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 588-597). http://people.math.jussieu.fr/~kuzniak/WG4/C6_WG4_LinaFonseca.pdf
- García, F. (2015). *Investigación documental: Leer, pensar y hablar con respecto de un tema definido para escribir bien y con provecho* (Limusa).
- Gonzalez, M. P., y Cruz, G. A. (2018). Estudio de algunas perspectivas teóricas y metodológicas propuestas en las tesis de maestrías realizadas en el grupo de Educación Matemática de la Universidad del Valle, en el periodo 2005-2017. *Virtu@lmente*, 6(1).
- Goos, M. (2018). A review of research on understanding and promoting students' mathematical thinking published in educational studies in mathematics 2014-2018. *Proceeding of the First Regional Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education*, 1-16. PME.
- Guacaneme, A. É. y Mora, L. C. (2011). La educación del profesor de matemáticas como campo de investigación. *Papeles*, 3(6), 18-25.
- Guacaneme, E. A., Obando, G., Garzón, D., y Villa-Ochoa, J. A. (2013). Informe sobre la formación inicial y continua de profesores de

matemáticas: El caso de Colombia. *Cuadernos de Investigación y Formación en Educación Matemática*, 8, 11-49.

Guacaneme, E. A., Torres, L. A. y Arboleda, L. C. (2019). Estrategias curriculares de formación en historia de las matemáticas en licenciaturas en Matemáticas en Colombia. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 46. <https://revistas.pedagogica.edu.co/index.php/TED/article/view/10540>

Gueudet, G. (2017). *University teachers' resources, systems and documents*, 3, 198-224. <https://doi.org/10.1007/s40753-016-0034-1>

Gueudet, G., Pepin, B. y Trouche, L. (2012). *From text to "lived" resources*. Springer.

Gurjanow, I., Ludwig, M. y Zender, J. (2018). What influences in-service and student teachers use of MathCityMap? En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2366-2373). Institute of Education, Dublin City University y ERME.

Hicks, M. D., Warshauer, H. K. y Warshauer, M. L. (2018). Development of mathematics competence, identity, and sense of belonging to a community of mathematics learners. En T. E. Hodges, G. J. Roy, y A. M. Tyminski (Eds.), *Proceedings of the 40th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 962-965). University of South Carolina y Clemson University.

Horoks, J. y Grugeon-Allys, B. (2015). Training primary school teachers through research in mathematics' didactics. En K. Krainer y N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2811-2817). Charles University in Prague, Faculty of Education y ERME.

Ivars, P., Fernández, C., y Llinares, S. (2019). Principles in the design of tasks to support preservice teachers' noticing enhancement. En M. Graven, H. Venkat, A. A. Essien, y P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol 1)* (pp. 408-415). PME: University of Pretoria.

Ivars, P. Llinares, S. y Fernández, C. (2016). Narratives and the development of the skill of noticing. En C. Csíkos, A. Rausch y J. Sztányi (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (Vol. 3)*. (pp. 19-26). PME: University of Szeged.

Jankvist, U., Sánchez Aguilar, M., Dreyøe, J. y Misfeldt, M. (2019). Adapting implementation research frameworks for mathematics education. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 4405-4412. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf

Kayali, L. y Biza, I. (2017). "One of the beauties of Autograph is... that you don't really have to think": Integration of resources in mathematics teaching. The documentational approach. En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of*

- the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (pp. 2406-2413). Institute of Education, Dublin City University y ERME.
- Kwon, O. N. (2017). Professional competencies of mathematics teachers: What makes them cultural perspectives? En B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh y B. H. Choy (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1) (pp. 99-101). PME: Mohamed Fadzli Ibrahim, National Institute of Education.
- Lacerda Jacinto, E. y Jakobsen, A. (2019). Malawian preservice teachers' perceptions of knowledge at the mathematical horizon. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 3929-3937. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf
- Lantau, J.-M. y Bracke, M. (2019). Effective factors of a teacher training concerning the implementation of interdisciplinary STEM-modelling projects. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 1216-1223. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf
- León-Salinas, C. E. (2017). El pensamiento covariacional y GeoGebra: herramientas para la explicación científica de algunas realidades. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, 42, 159-171. <https://doi.org/https://doi.org/10.17227/01203916.6969>
- Lindenskov Tamborg, A. y Lindenskov, A. (2019). *Towards a common understanding of implementation research in mathematics education research*. <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-02429782>
- Lithner, J. (2015). Learning mathematics by imitative and creative reasoning. En K. Beswick, T. Muir y J. Fielding-Wells (Eds.), *Proceedings of the 39th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 1) (pp. 33-48). PME: University of Tasmania.
- Llinares, S. (2019). Enseñar matemáticas como una profesión: Características de las competencias docentes. *XV CIAEM-IACME, i*, 1-13. Medellín.
- Ludes, P. y Schütte, M. (2017). Fostering of interdisciplinary learning through basic education in computer science in mathematics in primary education Status Quo: Media competences, a watered-down term. En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1324-1331). Institute of Education, Dublin City University y ERME.
- Malaspina, U., Mallart, A. y Font, V. (2015). Development of teachers' mathematical and didactic competencies by means of problem posing. En K. Krainer y N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2861-2866). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01289630>
- Meletiou-Mavrotheris, M. y Paparistodemou, E. (2011). Developing an online community of teaching practitioners: A case study. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 837-847). University of Rzeszów.
- Meletiou-Mavrotheris, M., Paparistodemou, E. y Tsoucas, L. (2019). A case study of teacher professional development on game-enhanced statistics learning in the early years of schooling. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 1034-1041.

http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf

- Mosvold, R. y Hoover, M. (2017). Mathematical knowledge for teaching and the teaching of mathematics. En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3105-3112). Institute of Education, Dublin City University y ERME.
- Novotná, J. (2017). Professional competences of teachers in multicultural and multilingual environments. En B. Kaur, W. K. Ho, T. L. Toh y B. H. Choy (Eds.), *Proceedings of the 41st Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 1). (pp. 97-98). PME: Mohamed Fadzli Ibrahim, National Institute of Education.
- Palmér, H. (2016). What happens when entrepreneurship enters mathematics lessons? En C. Csíkos, A. Rausch y J. Sztányi (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (Vol. 4) (pp. 27-34). PME: University of Szeged.
- Pettersen, A. y Nortvedt, G. A. (2016). Recognising what matters: Identifying competency demands in mathematical tasks. En C. Csíkos, A. Rausch, y J. Sztányi (Eds.), *Proceedings of the 40th Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (vol. 4) (pp. 59-66). PME: University of Szeged.
- Piñeiro, J., Castro-Rodríguez, E. y Castro, E. (2019). Prospective primary teachers' knowledge of problem solving process. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 3970–3977. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf
- Rinvold, R. A. y Lorange, A. (2011). Multimodal derivation and proof in algebra. En M. Pytlak, T. Rowland, y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Eighth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 233-242). University of Rzeszów.
- Rotem, S., Ayalon, M. y Weissman, S. (2019). Pre-service mathematics teachers interpret observed teachers' responses to students' statements. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 3473-3480. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf
- Rowland, T., Turner, F. y Thwaites, A. (2013). Developing mathematics teacher education practice as a consequence of research. En B. Ubuz, Ç. Haser y M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 3227-3236). Middle East Technical University.
- Salinas-Hernández, U., Miranda, I. y Moreno-Armella, L. (2018). Diferencias de la práctica docente de dos profesores —novato y experto— al promover la toma de consciencia: un análisis socio-cultural a través del uso de recursos. *Ensino Da Matemática Em Debate*, 5, 275-288.

- Sánchez, M. (2011). Concepts from mathematics education research as a trigger for mathematics teachers' reflections. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (vol. 7) (pp. 2878-2887). University of Rzeszów.
- Sarrazy, B. y Novotna, J. (2011). Didactical vs. mathematical modelling of the notion competence in mathematics education: Case of 9-10-year old pupils' problem solving. En M. Pytlak, T. Rowland y E. Swoboda (Eds.), *Proceedings of the Seventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME7)* (pp. 1125-1132). University of Rzeszów.
- Schäfer, M. y Ferri, R. (2019). Generation and generation tasks in mathematics didactics. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 3489-3496. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf
- Smith, E. (2017). Examining the interactive positions and storylines of an emergent bilingual learner. En E. Galindo y J. Newton (Eds.), *Proceedings of the 39th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1139-1146). Hoosier Association of Mathematics Teacher Educators.
- Smith, E. (2018). Emergent bilinguals as teachers: Constructing storylines in an elementary mathematics classroom. En T. E. Hodges, G. J. Roy, y A. M. Tyminski (Eds.), *Proceedings of the 40th annual meeting of the North American Chapter of the International Group for the Psychology of Mathematics Education* (pp. 1068-1075). University of South Carolina y Clemson University.
- Sproesser, U., Vogel, M., Doerfler, T. y Eichler, A. (2019). Do students perceive mathematics and the mathematical subdomain of functions differently with regard to their self-concept and interest? *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 1541-1548. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf
- Stender, P. y Kaiser, G. (2017). The use of heuristic strategies in modelling activities. En T. Dooley y G. Gueudet (Eds.), *Proceedings of the Tenth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 1012-1019). Institute of Education, Dublin City University y ERME.
- Tichá, M. y Hošpesová, A. (2015). Word problems of a given structure in the perspective of teacher training. En K. Krainer y N. Vondrová (Eds.), *Proceedings of the Ninth Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2916-2922). Charles University in Prague, Faculty of Education y ERME.
- Trgalova, J. y Jahn, A. P. (2013). The impact of the involvement of teachers in a research on resource quality on their practices. En B. Ubuz, Ç. Haser y M. A. Mariotti (Eds.), *Proceedings of the Eight Congress of the European Society for Research in Mathematics Education* (pp. 2754-2763). <https://hal.archives-ouvertes.fr/hal-01044950/document>
- van den Bogaart-Agterberg, D. (2019). History of mathematics in Dutch teacher training. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 2180-2187. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf

Wang, C., Salinas-Hernández, U. y Trouche, L. (2019). From teacher's naming system of resources to teacher's resource system: Contrasting a Chinese and a Mexican case. *Eleventh Congress of the European Society for Research in Mathematics Education (CERME11)*, 4346-4354. http://www.mathematik.uni-dortmund.de/~prediger/ERME/CERME11_Proceedings_2019.pdf

Zambak, V. S. y Carduner, K. (2019). How to support teacher noticing: Perspectives on different media representations. En M. Graven, H. Venkat, A. A. Essien y P. Vale (Eds.), *Proceedings of the 43rd Conference of the International Group for the Psychology of Mathematics Education (vol. 1)*. (pp. 115-118). PME: University of Pretoria.

Para citar este artículo

Cruz Rojas, G. A. (2022). Revisión documental sobre la formación y el conocimiento del profesor de matemáticas. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (52), 175-192. <https://doi.org/---->