



Contextos de significación en la explicación de la construcción del conocimiento matemático

- Contexts of Meaning in Explaining the Construction of Mathematical Knowledge
- Contextos de significação na explicação da construção do conhecimento matemático

Forma de citar este artículo






Tuyub Sánchez, I., Balda Álvarez, P. A. y Buendía Ábalos, G. (2026). Contextos de significación en la explicación de la construcción del conocimiento matemático. *Tecné, Episteme y Didaxis: TED*, (59), 266 - 284. <https://doi.org/10.17227/ted.num59-22283>

Resumen

El artículo presenta dos contextos de significación para la matemática escolar: el primero relativo a las huertas escolares y el segundo, a una comunidad universitaria de estudiantes de ingeniería. En ellos se analiza el conocimiento matemático situado, específicamente la razón matemática y las gráficas cartesianas para discutir la resignificación de dichos saberes a partir de cómo los individuos lo usan. La resignificación se basa en cómo diferentes formas y funcionamientos del conocimiento matemático se ponen en juego en cada tarea: en las huertas escolares se presentan tareas como la siembra y el riego, en las que la noción matemática de razón se significa continuamente y en la comunidad universitaria se presentan tareas del aula en las que las gráficas cartesianas significan el saber matemático en uso. En ambos casos, el contexto, más que referir a la aplicación del conocimiento matemático, se muestra como un ámbito específico de la actividad humana que dota de sentido a dicho saber. Esto propone un cambio epistemológico en la explicación de la construcción del conocimiento matemático, cambio en el que las prácticas asociadas y el uso son la base.

Palabras claves

matemáticas; investigación social; significación; visualización de datos

Isabel Tuyub Sánchez*  
Paola Alejandra Balda Álvarez** 
Gabriela Buendía Ábalos***  

* Doctora en Matemática Educativa, Universidad Autónoma de Yucatán, México. isabel.tuyub@correo.uady.mx

** Doctora en Educación. Secretaría de Educación de Soacha, Colombia. pbalda20@hotmail.com

*** Doctora en Ciencias en Matemática Educativa, Universidad Juárez del Estado de Durango, México. buendiag@hotmail.com

Artículo de investigación

Fecha de recepción: 28/10/2024
Fecha de aprobación: 11/10/2025
Fecha de publicación: 01/01/2026



Abstract

This article presents two contexts of meaning for school mathematics: the first related to school gardens, and the second to a university community of engineering students. In both cases, situated mathematical knowledge is analysed—specifically, mathematical ratio and Cartesian graphs—to discuss the re-signification of these concepts based on how individuals use them. Re-signification is understood as the process through which different forms and functions of mathematical knowledge are enacted within each activity. In the school gardens, tasks such as planting and watering continuously give meaning to the mathematical notion of ratio, while in the university community, classroom activities involving Cartesian graphs express mathematical knowledge in use. In both contexts, rather than merely referring to the application of mathematical knowledge, the context itself emerges as a specific domain of human activity that gives meaning to that knowledge. This perspective suggests an epistemological shift in explaining the construction of mathematical knowledge—one in which practice and use form the foundation.

Keywords

mathematics; social research; significance; data visualization

Resumo

O artigo apresenta dois contextos de significação para a matemática escolar: o primeiro relacionado às hortas escolares e o segundo a uma comunidade universitária de estudantes de engenharia. Em ambos os casos, analisa-se o conhecimento matemático situado — especificamente a razão matemática e os gráficos cartesianos — para discutir a ressignificação desses saberes a partir do modo como os indivíduos os utilizam. A ressignificação é compreendida como o processo pelo qual diferentes formas e funcionamentos do conhecimento matemático são colocados em jogo em cada atividade. Nas hortas escolares, tarefas como o plantio e a irrigação dão sentido continuamente à noção matemática de razão; já na comunidade universitária, as atividades em sala de aula que envolvem gráficos cartesianos expressam o conhecimento matemático em uso. Em ambos os contextos, o foco não está apenas na aplicação do conhecimento matemático, mas no contexto como um domínio específico da atividade humana que confere sentido a esse saber. Essa perspectiva propõe uma mudança epistemológica na explicação da construção do conhecimento matemático — uma mudança na qual as práticas e o uso constituem a base fundamental.

Palavras-chave

matemática; pesquisa social; significância; visualização de dados

Introducción

Este escrito aborda el estudio de los contextos como medio para dotar de significados al conocimiento matemático, considerando lo que es propio y apropiado para quien lo usa. Esta significación se entenderá como un proceso en el que el individuo o la comunidad adhieren sentido a la matemática cuando la emplean, al interactuar con el conocimiento en distintas situaciones; es un proceso de construcción cuya base es su uso.

En el marco de la teoría socioepistemológica de la matemática educativa (TSME), el uso del conocimiento matemático, lejos de ser un sinónimo de aplicación, cuestiona el cómo, el para qué o el porqué de cierto conocimiento matemático en contextos particulares y con determinados usuarios. Esta noción de uso genera significados del conocimiento matemático específicos para los sujetos de una comunidad, lo cual busca impactar en la manera como se enseña en el aula, pues, además de responder a tareas propias, la matemática resulta funcional al ser humano (Cantoral, 2013; Torres-Corrales y Montiel, 2021).

Bajo esta perspectiva, importa considerar el papel del contexto, entendido como un conjunto de situaciones en las que puede estudiarse la construcción del conocimiento matemático. Se considera su carácter funcional; su funcionamiento cognitivo, didáctico y epistemológico, y las prácticas como eje en la explicación epistemológica del saber matemático, entendiéndolo como un conocimiento en uso (Espinoza y Cantoral, 2011; Reyes-Gasperini, 2016).

En este escrito se ilustran dos contextos de significación: uno rural (la huerta escolar) y otro académico-científico (clases de una maestría en ingeniería), con el fin de analizar los usos de un conocimiento matemático

específico: la proporcionalidad y las gráficas cartesianas, respectivamente. Reconocer estos contextos de significación, los procesos de resignificación asociados y sus elementos —las prácticas y los usos del conocimiento matemático implicado— puede ser la base de intervenciones escolares significativas en el futuro.

Aspectos teóricos

La TSME estudia los procesos de construcción social del conocimiento matemático y su difusión institucional. Propone que la matemática adquiere su significado cuando es vista en un contexto de uso, que puede surgir de otras disciplinas o de la historia de su desarrollo. Esta perspectiva centra la atención en las prácticas matemáticas que acompañan la construcción de los objetos, más que en los objetos mismos (Cantoral, 2013; Cantoral *et al.*, 2015).

En este escrito se retoman tres principios socioepistemológicos. El principio de racionalidad contextualizada establece que la relación entre el sujeto y el saber es una función del contexto. El principio del relativismo epistemológico sostiene que la validez del saber es subjetiva y relativa al individuo, al grupo cultural y al uso del conocimiento en un contexto específico; es decir, los resultados se validan con base en la coherencia de las argumentaciones contextuales realizadas. Finalmente, el principio de resignificación progresiva alude a que la significación deriva de la acción del sujeto sobre el objeto y depende del escenario contextual donde se produce dicha acción (Cantoral, 2013; Reyes-Gasperini, 2016).

Contextos de significación

En un sentido general, el contexto es el conjunto de circunstancias que rodean un evento; sin embargo, en las teorías socioculturales de

la educación matemática, un contexto va más allá. Valero (2005), por ejemplo, señala que un contexto situacional implica reconocer las relaciones históricas, sociales, culturales y psicológicas, entre otras, que están presentes; es el escenario social donde la actividad de aprendizaje se lleva a cabo. Esta visión ampliada de contexto considera no solo el conjunto de nociones y procedimientos matemáticos (como en el contexto de un problema), sino también quiénes son los participantes, el espacio y el lugar donde se desarrolla la situación, así como los significados que pudieran emerger.

Este tipo de contexto retoma lo cercano a los estudiantes y reconoce la influencia del tiempo, el lugar y las condiciones en que se lleva a cabo la actividad matemática (Torres-Corrales y Montiel, 2021). Según las autoras, dichas condiciones están determinadas por el problema que se estudia o pueden ser establecidas mediante un diseño didáctico.

En la búsqueda de significar la matemática escolar, la socioepistemología propone problematizar el saber matemático en juego reconociendo la limitación de significados que promueve la escuela. Se plantea un cambio epistemológico hacia el reconocimiento de la naturaleza y la construcción social del conocimiento: una explicación basada en prácticas y usos que otorgan significado a la matemática en cuestión, considerando tanto el saber popular como el científico y el técnico (Cantoral, 2013). Al contexto que da forma y sentido a la matemática en juego se le denomina *contexto de significación* (Torres-Corrales y Montiel, 2020), entendido como la manera de situar la construcción del conocimiento matemático (Reyes-Gasperini, 2016).

Cruz y Buendía (2021) caracterizan el contexto de significación como

un ámbito específico de la actividad humana que dota de sentido al conocimiento matemático a partir de su uso y funcionalidad en una situación específica, considerando las prácticas particulares en las que el ser humano, en tanto que ente social, se involucra de manera intencional al hacer matemáticas. (p. 7)

Espinoza y Cantoral (2011) establecen que dicho contexto se conforma por dimensiones en las que se pone en uso el conocimiento matemático que se estudia, junto con una racionalidad que puede ser popular, científica o técnica. La dimensión situacional comprende el conjunto de factores o circunstancias de espacio y tiempo en que se desarrolla el conocimiento matemático en cuestión; la dimensión sociocultural alude a los factores culturales y sociales de la comunidad a la que pertenecen los actores, y la dimensión de la racionalidad se refiere a la funcionalidad del conocimiento, lo que provoca que la naturaleza epistemológica del saber quede ligada al contexto.

El objetivo de este escrito es presentar contextos de significación como escenarios que plantean resignificaciones de nociones, procedimientos y prácticas matemáticas: las huertas escolares (Balda, 2018) y una comunidad de ingenieros en el marco de una maestría en ingeniería (Tuyub y Buendía, 2020).

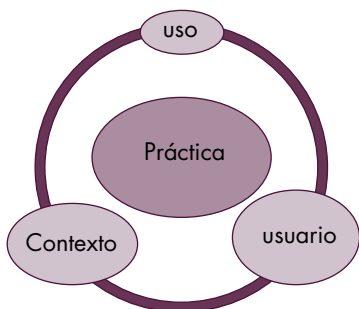
A través de la resignificación del concepto de *razón matemática* y de las gráficas cartesianas, respectivamente, se dará cuenta de cómo se configuran dichos contextos de significación y del uso significativo del conocimiento matemático implicado.

Resignificación y uso del conocimiento matemático

El *uso del conocimiento matemático* es un mecanismo de producción de significados que permite reconocer que estos no son únicos ni estáticos. Este uso se concibe en una tríada (Figura 1) en la que existe un usuario que transforma los significados para dotarlos de sentido en el contexto en que se desarrolla dicho uso. El ejercicio intencional de las prácticas pone en funcionamiento, y al mismo tiempo da sentido a la tríada; conlleva, por tanto, un proceso de resignificación.

Figura 1.

Tríada uso-usuario-contexto



Fuente: adaptado de Cantoral (2013).

Desde la TSME se reconoce el saber matemático como un conocimiento en uso que adquiere significados distintos según el contexto en el que se manifieste. Al respecto, Biehler (2005) afirma que el significado de un objeto matemático se relaciona con las prácticas ejercidas sobre ese concepto; diferentes grupos humanos desarrollan prácticas diversas respecto a un mismo objeto. La resignificación

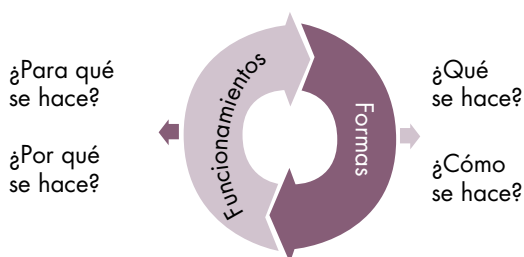
constituye un proceso continuo que otorga significados al interactuar con el conocimiento en el mismo o en distintos contextos, bajo variadas situaciones; es un proceso de construcción del conocimiento matemático cuya base de significación es el uso.

Esto permite reconocer, entre otras cosas, que los significados atribuidos al objeto no son únicos ni permanentes: se transforman y adquieren sentido a través de los contextos. De acuerdo con Cantoral (2013), la resignificación es un mecanismo de producción de significados que no aísla al individuo del medio, pues requiere de herramientas, argumentos, discursos y entornos socioculturales que posibiliten la emergencia del saber.

Para reconocer y evidenciar los usos situados del conocimiento matemático en juego, y proponer así contextos de significación, metodológicamente se identifican las diferentes formas y funcionamientos que adopta dicho conocimiento (Cordero *et al.*, 2010; Tuyub y Buendía, 2017). Por *forma* se entiende la apariencia perceptible que el objeto matemático asume —o va asumiendo— en tareas específicas, y cómo el sujeto interactúa con él (cómo argumenta, calcula, visualiza, etc.); responde a preguntas del tipo *qué hace* o *cómo lo hace*. El *funcionamiento* es el objetivo de ese conocimiento; responde a preguntas del tipo *para qué* o *por qué* (Figura 2).

Figura 2.

El uso del conocimiento matemático



Fuente: elaboración propia.

Se reconoce que existe un proceso continuo entre el funcionamiento y la forma del conocimiento matemático en juego (Mendoza-Higuera *et al.*, 2018), o un debate permanente entre ambos (Cordero *et al.*, 2010). Se considera, además, que uno influye siempre en el otro y, aunque están indisolublemente ligados, con fines analíticos se separan para evidenciarlos.

Aspectos metodológicos

Los contextos de interés sobre los cuales se desarrollaron las investigaciones son las huertas escolares ubicadas en zonas rurales de diversos municipios de Colombia y los cursos de una maestría en ingeniería de una universidad del suroeste de México. La población de la investigación en las huertas escolares estuvo conformada por niños de preescolar a quinto de primaria, con edades entre cinco y doce años, mientras que la de los cursos de la Maestría en Ingeniería la integraron ingenieros, arquitectos y químicos.

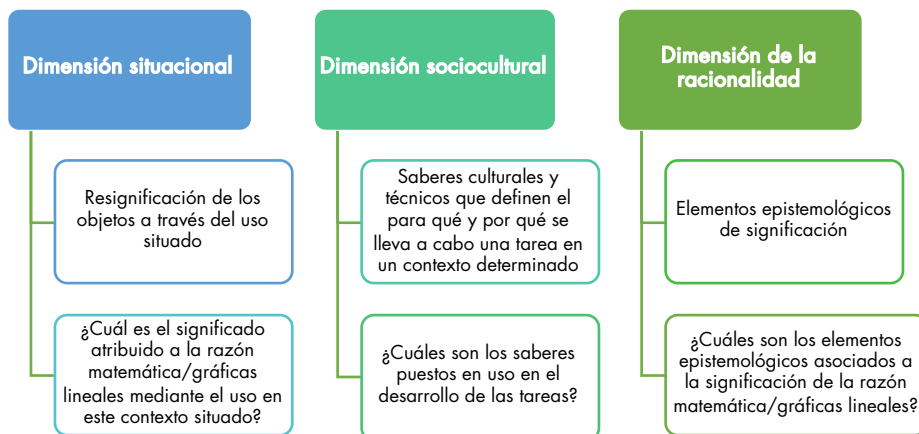
En cuanto a las herramientas de recolección de datos, en el caso de las huertas escolares, Balda (2018) realizó un estudio de cinco años en huertas ubicadas en diversas regiones de Colombia. Empleó una estrategia investigativa orientada a describir e interpretar la naturaleza de las tareas realizadas por los niños en un contexto dentro de la escuela, pero fuera del aula. Los datos se recopilaron mediante grabaciones de las actividades de los niños, entrevistas no estructuradas, fotografías y notas de campo.

En el caso de los cursos de la maestría, se recurrió a entrevistas semiestructuradas y a la observación no participante. En particular, esta comunidad fue caracterizada por Tuyub y Buendía (2020) como una *comunidad de práctica* en el sentido de Wenger (2001); por ello, se identificaron escenarios cuyos productos, denominados *cosificaciones*, enfatizan los procesos y prácticas de la comunidad estudiada. Este escrito se centra, en particular, en los ejercicios realizados en clases de la maestría como uno de los posibles escenarios de obtención de datos.

Para señalar ambos escenarios como contextos de significación, se reconocen en cada uno las dimensiones que los componen: 1) la situacional, en la que se identifican los usos situados del conocimiento en el propio contexto; 2) la sociocultural, conformada por los saberes culturales y técnicos que definen el *para qué* y el *por qué* de las tareas realizadas en un contexto determinado, y 3) la racionalidad situada, que deriva de los elementos epistemológicos que otorgan significado al objeto y consideran su naturaleza contextual. Para este análisis se utiliza una malla en la que se identifican cada uno de los componentes (Figura 3).

Figura 3.

Malla de análisis de los contextos de significación



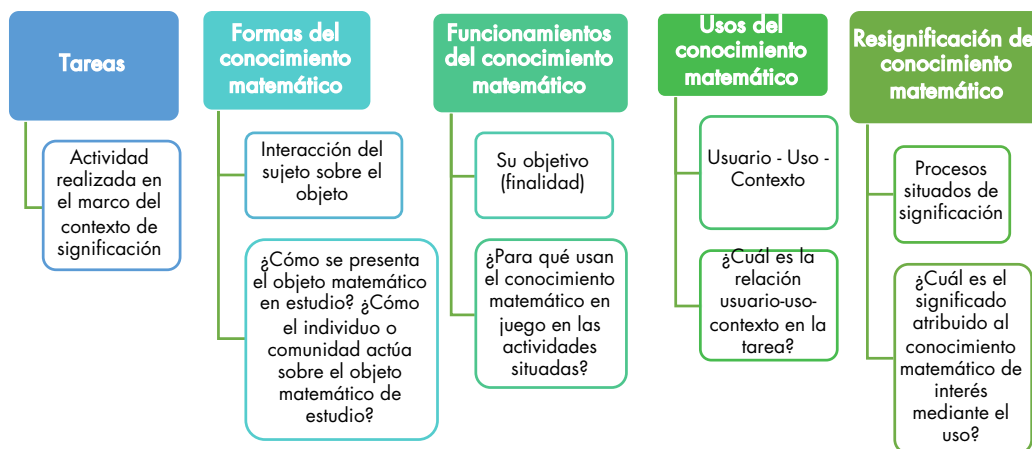
Fuente: elaboración propia.

Por otra parte, para el análisis de los usos del conocimiento matemático, la Figura 4 presenta la malla de análisis de formas y

funcionamientos que se empleará para inferir la resignificación en los contextos de significación de interés.

Figura 4.

Malla de análisis: formas y funcionamientos



Fuente: elaboración propia.

Se identifican *tareas* que se llevan a cabo en cada uno de los escenarios estudiados, cuyo análisis permite reconocer tanto los funcionamientos como las formas de los conocimientos puestos en juego y, a partir

de ello, concluir acerca de los usos situados. En la búsqueda por comprender, a la luz de los usos, cómo se articulan los procesos de significación en el marco de cada tarea, se deducen las resignificaciones asociadas.

La razón en el contexto de la huerta escolar

Tareas de la huerta escolar en una comunidad rural

Tarea: sembrar semillas en el huerto escolar

La primera tarea analizada es la siembra, entendida como el proceso de depositar semillas en la tierra con el objetivo de que germinen y crezcan nuevas plantas. Para sembrar fresas, los niños utilizan la segunda falange del dedo índice para definir la profundidad de las perforaciones donde colocarán las semillas (Figura 5).

Figura 5.

La profundidad de la perforación y el número de semillas



Fuente: archivo fotográfico de los autores.

Los niños afirman que, si se colocan dos semillas, basta con hacer una perforación de una falange; pero si se desean colocar cuatro, será necesario que la profundidad sea de dos falanges. Esta relación depende de las características de la planta e inicia dando sentido a lo que expresan sus profesores o padres: *hay que iniciar poniendo dos semillas, por si una no germina.*

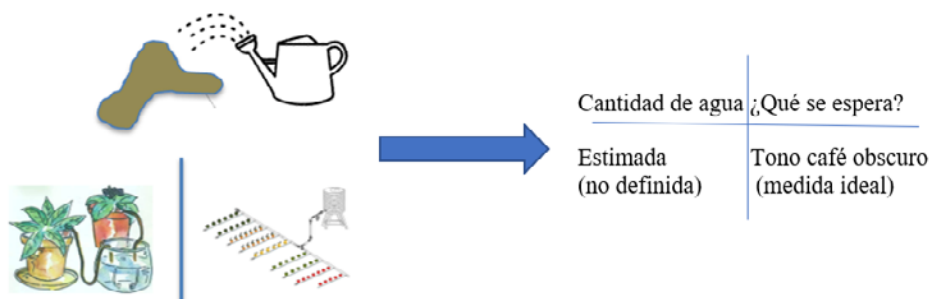
Se trata de una relación entre magnitudes de distinta naturaleza establecida mediante el uso de una medida no convencional (la falange), lo que pone de manifiesto la naturaleza misma de la razón: permitir comparaciones que no son de tipo parte-todo, como ocurre con las fracciones. Así, la comparación se convierte en una práctica significativa para la razón.

Tarea: regar el terreno

Esta tarea consiste en aplicar de manera controlada agua al suelo para suplir la falta de lluvia y asegurar la humedad necesaria para el crecimiento de las plantas o cultivos. Los niños deciden cuánta agua emplear según el color y la textura deseables de la tierra. Durante la tarea, la cantidad de agua obedece a una medida que no privilegia lo numérico, sino lo *ideal* o *adecuado* (el *justo medio*): una medida que se expresa a través del color que la humedad produce en la tierra (Figura 6).

Figura 6.

Representación pictórica del riego



Fuente: elaboración propia.

Se establece aquí una relación entre magnitudes de distinta naturaleza: la cantidad de agua y la cantidad de tierra. El justo medio “se constituye en una unidad de medida común entre la razón que se establece entre esas dos magnitudes, lo cual permitirá asociar a la razón con una relación” (Balda, 2018, p. 171). Según Reyes-Gasperini (2016), este tipo de tareas propicia la significación de los conceptos asociados con la proporcionalidad. La razón, como unidad de medida, se configura al comparar con el color que debe adquirir la tierra para que el riego sea el ideal, tal como expresan los niños: “Ni muy claro ni muy oscuro”.

Identificar el color exacto que debe tener la tierra al regarse constituye la *razón ideal*. De este modo, lo que desde una visión numérica se conoce como la *constante de proporcionalidad* adquiere significado a partir del color, pues debe mantenerse constante cada vez que se riega la cosecha para que la tarea resulte exitosa.

Tarea: preparar el terreno para la siembra

En esta tarea los estudiantes comparan la porción de terreno por sembrar con la extensión ya sembrada para determinar la cantidad de

abono necesaria, de acuerdo con el tamaño del terreno. Se valen de herramientas visuales y de la estimación para establecer relaciones entre las extensiones de los dos terrenos. Como el primero ya fue desyerbado y se hicieron surcos, los niños aproximan a ojo la nueva cantidad de abono que necesitarán.

Comparar dos tipos de terreno conduce a considerar relaciones de magnitudes de igual naturaleza, aunque el factor de proporcionalidad carece de dimensión: el terreno por sembrar requerirá simplemente “diez o más frascos”.

En las tres tareas se comparan magnitudes de igual o distinta naturaleza, en sistemas de unidades diferentes o iguales, y se significa la razón como *relación* y no solo como un valor numérico, que es el uso tradicional en el aula.

Usos de la razón matemática

Las formas de la razón matemática responden a cómo se establece la relación entre aquello que se compara, y los funcionamientos corresponden a *para qué* se usa la razón en una determinada tarea de la huerta escolar. Este funcionamiento está vinculado con el éxito de la tarea y deriva del reconocimiento de la medida ideal.

Se reconocen, entonces, dos tipos de usos de la razón al establecer comparaciones: determinar estados ideales y anticipar hechos.

Al identificar los momentos específicos en los que la comparación desempeña un papel preponderante en la toma de decisiones, puede reconocerse cómo la razón se va resignificando. En general, el análisis de lo ocurrido en el marco de las tareas permitió inferir la resignificación de la razón, como se muestra en la Tabla 1.

Tabla 1.
Usos y resignificaciones en la huerta escolar

Tareas	Forma de la razón	Funcionamiento de la razón	Usos de la razón matemática	Resignificaciones
Sembrar	Relación entre cantidad de semillas y profundidad del orificio en la tierra (distinta naturaleza)	Determinar la cantidad de semillas a colocar en la perforación, la cual depende de la profundidad	Determinar estados ideales	La razón como relación justa
Regar el terrero	Relación entre la cantidad de agua y color de la tierra	Determinar que entre mayor cantidad de agua más oscura es la tierra		
Preparar el terreno	Relación entre terreno sembrado y terreno a sembrar (igual naturaleza)	Determinar qué cantidad de abono a emplear depende del área del terreno	Anticipar hechos	La razón como comparación

Fuente: elaboración propia.

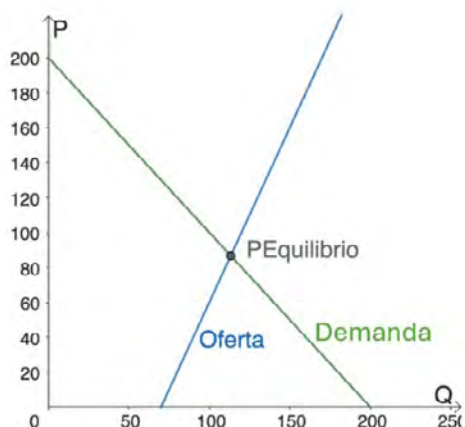
Gráficas cartesianas en el contexto de una maestría en ingeniería

Se presenta ahora el caso de las gráficas cartesianas en una clase de Administración de Proyectos dentro de la Maestría en Ingeniería de una universidad del sureste de México. En particular, las ilustraciones que se muestran son extractos de notas de clase.

En el marco del trabajo con gráficas de oferta y demanda, el eje de las abscisas representa la cantidad de productos (Q) y el eje de las ordenadas, el precio (P). La curva de la oferta muestra la cantidad de artículos que el proveedor está dispuesto a suministrar y su precio; la curva de la demanda, la cantidad de artículos que los clientes están dispuestos a comprar y su precio. El punto de intersección de ambas curvas (rectas, en el ejemplo mostrado en la Figura 7) es el punto de equilibrio del mercado, es decir, el intercambio ideal entre consumidores y productores.

Figura 7.

Ejemplo de gráfica con curvas de oferta y demanda



Fuente: elaboración propia.

El llamado *excedente del consumidor* (ExC) es la diferencia entre lo que se está dispuesto a pagar y el precio que efectivamente se paga, representado por el punto de equilibrio. Se muestra mediante el área comprendida entre la recta de la demanda y la línea horizontal del precio ideal del mercado (Figura 8). El *excedente del productor* (ExP) es la diferencia entre el precio de venta del bien y sus costos de producción; se representa por el área situada sobre la curva de la oferta y bajo el precio de equilibrio (Figura 8).

Con estos antecedentes, se presentan las tareas que ilustran los usos de las gráficas en esta situación.

Tareas en clases de maestría de una comunidad académico-científica

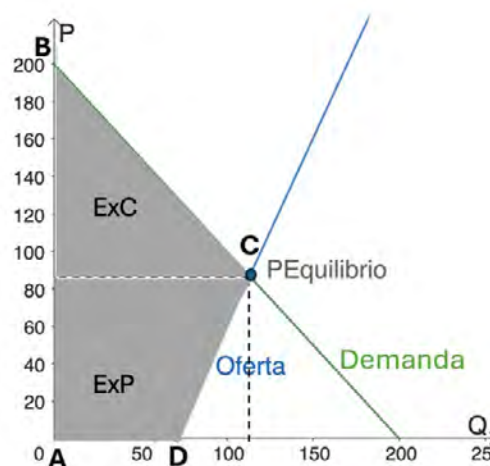
Tarea: determinar el bienestar social

La suma del excedente del consumidor y del productor constituye una medida del

bienestar total de todos los participantes del mercado. La tarea propuesta a los estudiantes consiste en determinar dicho bienestar, lo que se traduce en un problema de cálculo de áreas. Según el ejemplo mencionado, se trata de hallar el área del polígono ABCD ilustrado en la Figura 8.

Figura 8.

Un problema de áreas



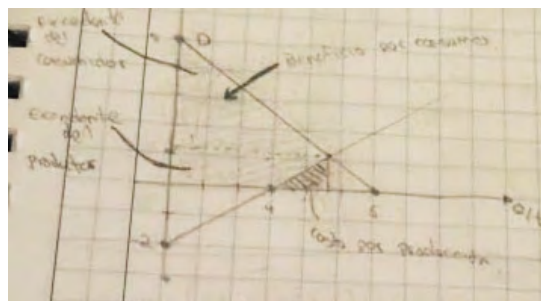
Fuente: elaboración propia.

Dadas las curvas de oferta y demanda, lo primero que debe hacerse es hallar el punto de equilibrio identificando el punto de intersección de las rectas (punto C, Figura 8); luego, mediante la proyección hacia el eje y, se determinan las áreas correspondientes al excedente del productor y del consumidor, y se identifica el polígono cuya área hay que obtener. Esta área puede presentar diversas formas según la posición de las rectas implicadas.

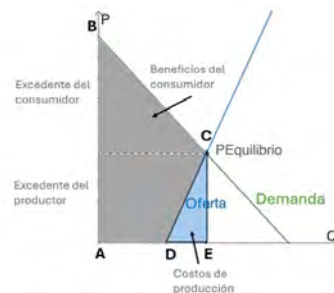
En las notas de trabajo de un alumno, este completa la figura cuya área debe obtenerse, generando así figuras geométricas más sencillas para el cálculo (Figura 9).

Figura 9.

Completando la figura para obtener áreas conocidas



a) Notas de clase



b) Interpretación propia

Fuente: elaboración propia.

El alumno completa el área gris con un triángulo rectángulo CDE (marcado en azul en la Figura 9) y, de esta manera, el área deseada resulta de restar el triángulo rectángulo CDE al polígono ABCE. Todas las figuras implicadas son finalmente rectángulos y triángulos.

La forma en que se usó la gráfica consistió en obtener referencias para determinar figuras conocidas delimitadas a partir de la proyección del punto de equilibrio sobre los ejes cartesianos. Esto le funcionó al alumno para poder dividir el área solicitada en figuras cuyas áreas eran más sencillas de calcular.

Tarea: calcular el precio social óptimo al agregar externalidades

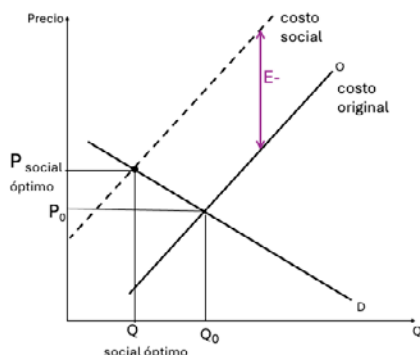
En el trabajo con gráficas de oferta y demanda se presentan situaciones en las que los costos o beneficios de producción o consumo no se reflejan en el precio original de mercado. Estos casos se denominan *externalidades* y, en los ejemplos más simples, pueden ser positivas (como contratar seguridad) o negativas (como la contaminación).

Al reflejar en la curva de oferta el costo de producción de un bien, una externalidad negativa (E-) provoca que el costo para la sociedad sea mayor que el costo original de los productores: por cada unidad producida deben incluirse tanto los costos de los productores como los ocasionados por la externalidad. La nueva recta resultante se denomina *curva de costo social*. Gráficamente, este aumento de costos se traduce en un desplazamiento paralelo de la curva de oferta (Figura 10). El punto de equilibrio original del mercado estaba dado por el punto (Q_0, P_0) ; el nuevo punto de equilibrio será la intersección de la curva de demanda con la nueva curva de costo social. Dicha intersección determina la cantidad óptima del bien desde la perspectiva de la sociedad en su conjunto.

Para alcanzar ese nuevo equilibrio, el gobierno suele proponer impuestos cuyo monto iguale el desplazamiento provocado por la externalidad negativa. De ahí la importancia de determinar la magnitud de dicho desplazamiento, el incremento del precio social óptimo, entre otros factores.

Figura 10.

Un desplazamiento por externalidad negativa en la oferta

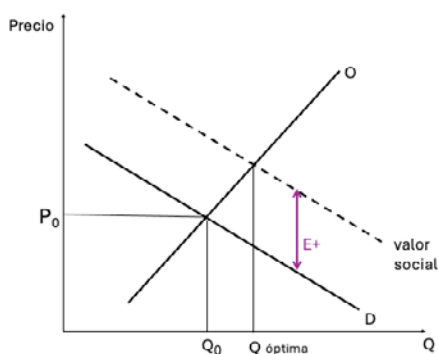


Fuente: elaboración propia.

Una externalidad positiva ($E+$) que afecte la demanda ocasionará que la cantidad del bien (Q) aumente en igual proporción, lo que implica un desplazamiento hacia la derecha de la curva de demanda (D). Así como la demanda refleja el valor del bien para los consumidores, con una externalidad positiva surge una nueva curva de *valor social* —el valor privado u original más el beneficio de la externalidad— (Figura 11). La cantidad socialmente óptima será ahora la intersección de la curva de valor social y la curva de oferta.

Figura 11.

Un desplazamiento por externalidad positiva en la demanda



Fuente: elaboración propia.

Para mantener este equilibrio, en el que el valor social es mayor que el valor privado u original, el gobierno puede recurrir a sub-

sidios destinados a la actividad que originó la externalidad positiva. Para que el monto de dicho subsidio iguale el efecto de la externalidad, debe conocerse la magnitud del desplazamiento de las rectas.

La tarea solicitada en el aula fue calcular el *precio social óptimo* al agregar externalidades.

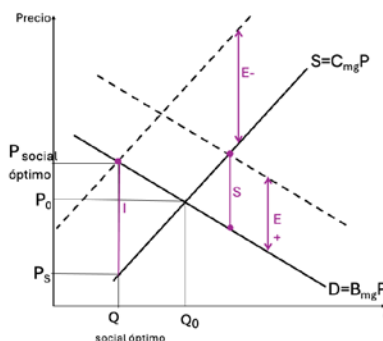
En la Figura 12 se ilustran las gráficas empleadas en las notas de clase, donde se observa que el *subsidio* (S) equivale a la longitud de una externalidad positiva sobre la demanda, mientras que los *impuestos* (I) corresponden al tamaño del segmento de la externalidad negativa sobre la oferta.

Figura 12.

Las externalidades



a) Notas de clase



b) Interpretación propia

Nota: $B_{mg} P$ significa Beneficio marginal Privado. La recta oferta se señala con notación inglesa S . $C_{mc} P$ significa Costo marginal Privado.

Fuente: elaboración propia.

El *precio social óptimo* se representa mediante el desplazamiento, sobre el eje y , del punto P_0 hacia el nuevo punto correspondiente al *precio social óptimo*.

La gráfica se utiliza identificando rectas y puntos de intersección, hacia donde se trasladan —en forma paralela— las curvas de oferta y demanda según las externalidades, que pueden ser positivas o negativas para ambas curvas. Esto permite encontrar nuevos puntos de intersección y, con ellos, calcular variables como el precio o la cantidad social óptima.

De modo visual, se significa el papel del gobierno (o del regulador del mercado), cuyas acciones —como subsidios o impuestos— igualan el efecto de las externalidades; en consecuencia, es preciso igualar el tamaño de los segmentos de desplazamiento. Estas gráficas permiten representar los cálculos que habrían de realizarse, por ejemplo, con las ecuaciones de las rectas o los valores del precio social óptimo.

Usos de las gráficas cartesianas

En investigaciones como las de Bianchini *et al.* (2024), las gráficas cartesianas representan relaciones entre variables como el desplazamiento y el tiempo en estructuras sometidas a vibraciones en contextos de ingeniería. En González *et al.* (2016), las gráficas y representaciones son esenciales para que los estudiantes expliquen y comprendan el fenómeno de la transformación del movimiento circular en lineal durante la construcción de juguetes en nivel primaria.

La resignificación de las gráficas cartesianas en las clases de maestría se centra en la identificación de puntos de referencia que, según el contexto en el que se desarrollen, adquieren nuevos significados con respecto al problema abordado. En general, en las tareas realizadas, la lectura de las gráficas permite predecir o determinar un valor asociado con el comportamiento cualitativo de las funciones involucradas.

Dados estos dos ejemplos, la Tabla 2 muestra los elementos vinculados con la resignificación de las gráficas cartesianas.

Tabla 2.
Usos y resignificación de las gráficas cartesianas

Tareas	Forma de la gráfica	Funcionamiento de la gráfica	Usos de la grafica	Resignificación
1) Determinar el bienestar social	Identificación del punto de equilibrio para delimitar figuras conocidas. Referencias horizontales y verticales con base en el punto de intersección	Cálculo de áreas	Organización de la información	De las gráficas como argumentos visuales de las tareas a desarrollar.
2) Calcular el precio social óptimo al agregar externalidades	Desplazamiento de la oferta y demanda dadas externalidades. Relación de dicho desplazamiento con medidas como impuestos o subsidios. Significados de los puntos de equilibrio.	Argumento visual para predecir el cambio del precio social óptimo, dado el tipo de externalidad	Procedimientos y técnicas	De los puntos de referencia como puntos clave para el análisis

Fuente: elaboración propia.

Resultados

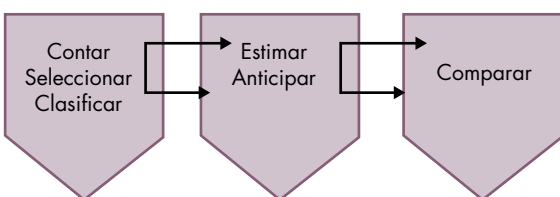
La huerta como un escenario de significación

En un nivel inicial, las relaciones son netamente intuitivas; es decir, se reconocen características generales de las magnitudes para identificar diferencias o similitudes. Por ejemplo, los niños reconocen que la tierra tiene un determinado color o que deben contar las semillas. Luego, aparece una forma de razonamiento que conduce a una iteración deliberada de los niños, regulada por el contexto que da sentido a las características comparadas; por ejemplo, el color determinará si la tierra es apta o no, y la cantidad de semillas indicará cuántas papas se obtendrán en la cosecha.

Surgen entonces comparaciones de orden superior que validan la forma: entre más agua, más oscura es la tierra; entre más semillas, mayor será la producción. De esta manera, se identifica una evolución pragmática que parte de contar, seleccionar y clasificar, y que progresa hacia estimar y anticipar, todo ello normado por la acción de comparar (Figura 13).

Figura 13.

La epistemología de usos de lo proporcional



Fuente: Balda (2018, p. 68).

La huerta escolar, como contexto de significación, constituye un escenario para la resignificación de la razón matemática. Por ejemplo, determinar la medida ideal en el momento del riego permite reconocer la existencia de una constante de proporcionalidad que debe respetarse al decidir cuánta agua verter sobre el terreno. Asimismo, en la siembra, la profundidad de la perforación está relacionada con la cantidad de semillas, y el tamaño de la extensión del terreno determina proporcionalmente la cantidad de producción.

La dimensión situacional de la huerta escolar como escenario de significación se evidencia en la manera en que la razón se va configurando a través de sus usos situados, en comunión con lo comunitario, los campesinos y la familia. Esta dimensión se compone del conjunto de tareas que se realizan y de cómo, en cada una, se pone en juego la razón.

La dimensión sociocultural alude a los saberes culturales y técnicos propios del contexto campesino, los cuales definen el *para qué* y el *por qué* de la práctica. Los estudiantes se reconocen a nivel identitario como campesinos, y su hacer está normado por lo aprendido en su entorno familiar y comunitario. Los saberes técnicos son producto de la repetición de tareas exitosas, mientras que los saberes culturales derivan de la herencia.

Finalmente, la dimensión de racionalidad se desprende de los elementos epistemológicos asociados al desarrollo del pensamiento proporcional, el cual parte de considerar la razón como una comparación entre magnitudes.

Tabla 3.

Contexto de significación en la huerta escolar

Dimensión situacional	Dimensión sociocultural	Dimensión de la racionalidad
<i>Situaciones en las que se emplea la razón matemática</i>	<i>Aspectos de la comunidad rural</i>	<i>Prácticas y usos que significa la razón</i>
Comparaciones para anticipar hechos: la extensión del terreno y la cantidad de cosecha deseada	Las tareas de la huerta escolar que dan un significado situado a la comparación	La razón como comparación de cantidades de magnitudes: <ul style="list-style-type: none"> • Número de semillas-profundidad de la perforación • Agua-tierra • Cosecha-extensión de terreno
Comparaciones para determinar estados ideales (justo medio) <ul style="list-style-type: none"> • Cantidad de agua-color de la tierra • Profundidad de una perforación en la tierra-cantidad de semillas 	Saberes sabios: conocimientos sobre la huerta escolar (aprendido en la escuela) Saberes culturales: cómo siembran en sus familias (identidad campesina) Saberes técnicos: la forma como se cosecha y se riega, producto de la experiencia (producto del hacer)	Las equivalencias al establecer comparaciones entre razones. La conmensuración
<i>¿Cómo las comparaciones permiten tomar decisiones?</i>	<i>¿Cómo se usa la razón en el desarrollo de las tareas de la huerta escolar?</i>	<i>¿Cómo elementos de la razón y su significado intervienen en las situaciones del contexto?</i>
Uso de la razón matemática		

Fuente: elaboración propia.

La comunidad académico-científica como un escenario de significación

En cuanto a las gráficas cartesianas utilizadas, estas constituyen herramientas para resolver tareas relacionadas con la oferta y la demanda, en las que las intersecciones de rectas delimitan regiones (problemas de cálculo de áreas). Posteriormente, se emplean para identificar externalidades positivas o negativas mediante la traslación de las rectas (oferta o demanda). Se observa una evolución que va desde la identificación de elementos de la gráfica cartesiana para calcular áreas, hasta el desarrollo de nociones de predicción que validan la forma de la gráfica —identificación de puntos, referencias horizontales, verticales y desplazamientos—.

La comunidad académico-científica, como contexto de significación, permite un escenario para la resignificación de las gráficas cartesianas. Por ejemplo, los estudiantes pasan de un contexto de rectas de oferta y demanda a uno de análisis de externalidades futuras, basado en la traslación de dichas rectas. En ese sentido, la herramienta deja de ser una simple representación para leer información dada y se convierte en un medio para inferir información futura, lo que otorga nuevos significados a los elementos de las gráficas cartesianas —como los puntos de intersección— al permitir resolver problemas y elaborar conclusiones sobre fenómenos o situaciones abordadas en clase.

La dimensión situacional de la comunidad académico-científica como escenario de significación se reconoce en el uso de las gráficas cartesianas para organizar información o como técnica para realizar predicciones.

La dimensión sociocultural se manifiesta en las tareas ingenieriles, que van desde la identificación de costos de producción hasta el análisis del impacto de los subsidios gubernamentales en proyectos de construcción, mediante el estudio de externalidades.

La dimensión de racionalidad se desprende de los elementos epistemológicos propios

del pensamiento gráfico cartesiano, vinculado con una matemática de variación lineal. Este pensamiento comienza con la observación de los elementos de la gráfica (puntos y proyecciones sobre los ejes coordenados) y progresa hacia la interpretación de las regiones formadas por las rectas, hasta considerar las gráficas cartesianas como herramientas de predicción de fenómenos a partir de traslaciones con significado.

La Tabla 4 desglosa los elementos de las clases de la Maestría en Ingeniería como un contexto de significación:

Tabla 4.

Contexto de significación en clases de maestría

Dimensión situacional	Dimensión sociocultural	Dimensión de la racionalidad
<i>Situaciones en las que se emplea las gráficas</i>	<i>Aspectos de las clases de Maestría en Ingeniería</i>	<i>Prácticas y usos que significan las gráficas cartesianas</i>
Gráficas cartesianas en problemas de ingeniería para organizar información	Las tareas ingenieriles en las que intervienen gráficas cartesianas	Uso de los elementos de las gráficas cartesianas: pendientes, punto de intersección entre rectas, proyecciones a los ejes
Gráficas cartesianas en problemas de ingeniería para desarrollar técnicas	Saberes académicos y científicos para predecir y tomar decisiones	Prácticas de referencia que intervienen: la visualización, la graficación y la modelación
<i>¿Cómo las gráficas intervienen en los problemas de la comunidad?</i>	<i>¿Cómo se usan las gráficas cartesianas en las clases de maestría?</i>	<i>¿Cómo elementos de las gráficas cartesianas intervienen en las situaciones del contexto?</i>
Uso de gráficas cartesianas		

Fuente: elaboración propia.

Las clases de la Maestría en Ingeniería, como contexto de significación, constituyen un escenario propicio para la resignificación de la gráfica cartesiana y de sus elementos, en correspondencia con la complejidad de las tareas. A lo largo del curso de Administración de Proyectos, el nivel de dificultad varía: se pasa de identificar puntos de intersección o precios iniciales a realizar suposiciones sobre aumentos de precios y llegar a conclusiones que implican predicciones o determinaciones de zonas con significado para la toma de decisiones. En todo momento se mantiene la

identificación de puntos de referencia como elemento esencial del análisis.

Conclusiones

La resignificación de la razón matemática y de las gráficas cartesianas es un proceso que se configura a partir de sus usos situados en contextos de significación y en tareas específicas. En las tareas de la huerta escolar, la razón se caracterizó y configuró a la luz de sus formas y funcionamientos, que evolucionan de acuerdo con la complejidad de las actividades. Los usos

son dinámicos y están normados por la necesidad y por las herramientas con las que cuentan los niños: comparan magnitudes para generar unidades de análisis y, a medida que las tareas se complejizan, el uso de la razón se desarrolla.

En las tareas relacionadas con el uso de las gráficas cartesianas en clases de maestría, las formas y funcionamientos de estas responden a propósitos de organización de la información y de desarrollo de técnicas. Conforme avanzan las clases, los fenómenos se vuelven más complejos; sin embargo, la necesidad de identificar puntos de referencia y proyecciones se mantiene, aunque con nuevos significados dentro del contexto del problema, orientados a la predicción y a la toma de decisiones. El uso de las gráficas, por tanto, evoluciona y favorece nuevas resignificaciones.

Considerar los contextos de significación como parte de la explicación en la generación del conocimiento matemático permite analizar las resignificaciones con base en su uso: el conocimiento matemático se entiende así como un saber en uso. En el caso de la huerta escolar, el uso de la razón matemática se sitúa en el marco del desarrollo del pensamiento proporcional, basado en comparaciones y en una constante de proporcionalidad. En el caso de las gráficas cartesianas, su uso se evidencia en la interpretación de la pendiente y de los puntos de referencia.

La resignificación del uso del conocimiento matemático, como panorama investigativo para una matemática funcional, implica un cambio en la explicación de su construcción: se centra en las prácticas y en los usos asociados, y no únicamente en la adquisición del objeto matemático.

Referencias

- Balda, P. A. (2018). *Una epistemología de usos de lo proporcional. Un estudio socioepistemológico en el contexto de la huerta escolar* [Tesis doctoral, Universidad Santo Tomás, Bogotá, Colombia]. Repositorio Institucional USTA. <http://hdl.handle.net/11634/14774>
- Bianchini, B., Lima, G. y Gomes, E. (2024). La TMCC en la revisión del estudio de la función en un problema de ingeniería. *Tecné, Episteme y Didaxis, TED*, (56), 275-300. <https://doi.org/10.17227/ted.num56-18773>
- Biehler, R. (2005). Reconstruction of Meaning as a Didactical Task: The Concept of Function as an Example. En J. Kilpatrick (ed.), *Meaning in Mathematics Education* (pp. 61-82). Springer.
- Cantoral, R. (2013). *Teoría socioepistemológica de la matemática educativa: estudios sobre construcción social del conocimiento*. Gedisa.
- Cantoral, R., Montiel, G. y Reyes-Gasperini, D. (2015). Análisis del discurso matemático escolar en libros de texto: una mirada desde la teoría socioepistemológica. *Avances de Investigación en Educación Matemática*, (8), 9-28. <https://doi.org/10.35763/aiem.v1i8.123>

- Cordero, F., Cen, C. y Suárez, L. (2010). Los funcionamientos y formas de las gráficas en los libros de texto: una práctica institucional en el bachillerato. *Revista Latinoamericana de Investigación en Matemática Educativa: RELIME*, 13(2), 187-214. http://www.scielo.org.mx/scielo.php?script=sci_arttext&pid=S1665-24362010000200004
- Cruz, F. de la. y Buendía, G. (2021). La tortilla tradicional: un contexto de significación para la matemática de la variación. *Revista de Investigación Educativa de la Rediech: RIE*, (12), 1-19. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v12i0.1098
- Espinoza, L. y Cantoral, R. (2011). Una caracterización de los contextos de significación desde la socioepistemología. En P. Lestón (ed.), *Acta Latinoamericana de Matemática Educativa* (pp. 889-896). Comité Latinoamericano de Matemática Educativa.
- González, B., Prieto, D. y García, A. (2016). Aprendizaje de la transformación del movimiento circular a lineal a partir del diseño de juguetes: un estudio soportado en modelización con niños de primaria. *Revista Tecné, Episteme y Didaxis, TED*, (número extraordinario), 458-465. <https://revistas.upn.edu.co/index.php/TED/article/view/4561>
- Mendoza-Higuera, E., Cordero, F., Solís, M. y Gómez, K. (2018). El uso del conocimiento matemático en las comunidades de ingenieros: del objeto a la funcionalidad matemática. *Boletim de Educação Matemática: BOLEMA*, 32(62), 1219-1243. <https://www.scielo.br/j/bolema/a/nJQ8Fnb8mfbLWvQ-DKwpc6fH/?lang=es>
- Reyes-Gasperini, D. (2016). *Empoderamiento docente y socioepistemología. Un estudio sobre la transformación educativa en matemáticas*. Gedisa.
- Torres-Corrales, G. y Montiel, G. (2020). La desarticulación matemática en ingeniería: una alternativa para su estudio y atención desde la matemática educativa. *Noésis. Revista de Ciencias Sociales y Humanidades*, 29(58), 24-55. <http://dx.doi.org/10.20983/noesis.2020.3.2>
- Torres-Corrales, G. y Montiel, G. (2021). Re-significación de la razón trigonométrica en estudiantes de primer año de ingeniería. *Educación Matemática*, 33(3), 202-220. <https://doi.org/10.24844/em3303.08>
- Tuyub, I. y Buendía, G. (2017). Gráficas lineales: un proceso de significación a partir de su uso en ingeniería. *Revista de Investigación Educativa de la Rediech: RIE*, 8(15), 11-28. https://doi.org/10.33010/ie_rie_rediech.v8i15.44
- Tuyub, I. y Buendía, G. (2020). El uso de las gráficas como una herramienta para la significación de la linealidad en el aula de matemáticas. *Abstraction & Application*, (27), 1-14. <https://intranet.matematicas.uady.mx/journal/index.php>
- Valero, P. (2005). The Myth of the Active Learner: From Cognitive to socio-political Interpretations of Students in Mathematics Classrooms. En P. Valero y O. Skovsmose (eds.), *Proceedings of the Third International Mathematics Education and Society Conference* (2.ª ed., pp. 489-500). Danmarks Pædagogiske Universitet. <https://vbn.aau.dk/ws/files/788997/Valero.pdf>
- Wenger, E. (2001). *Comunidades de práctica. Aprendizaje, significado e identidad*. Paidós.