El *sentido*, una característica importante en las situaciones didácticas y los campos conceptuales: una propuesta metodológica para el aprendizaje de las matemáticas

The *sense*, an important characteristic into didactic situations and the conceptual fields: a methodological proposal for the maths learning

Francisco Javier Camelo Bustos*
Gabriel Mancera Ortiz**

Resumen

En los últimos 30 años, desde investigaciones internacionales en educación matemática, se ha construido una base crítica a la perspectiva de enseñanza tradicional en matemáticas. Paralela a ésta se han desarrollado alternativas que centran su atención no en la enseñanza, sino en el aprendizaje. Una de ellas es el aprendizaje a través de las situaciones problema, potenciando de esta manera el trabajo autónomo de los estudiantes y desarrollando procesos de aprendizaje significativos con un mayor sentido para ellos. El presente documento muestra una perspectiva teórica sobre el aprendizaje de las matemáticas, basado en las situaciones problema, teniendo en cuenta elementos tanto de la teoría de los *campos conceptuales como de las situaciones didácticas*.

Abstract

During the last 30 years, a critical perspective towards traditional mathematics teaching has been built, based on international investigations about Mathematics Education. Parallel to this, it has also been developing alternatives that focus their attention not on teaching but on learning. One of this alternatives is learning through problematic situations which enhance student's autonomous to work, developing meaningful learning processes that have the biggest sense for students. The present document describes a theoretical perspective about learning in a mathematics class, based on problematic situations, taking into account elements from the theoretical of *conceptual fields as well as from didactics situations.*

* Profesor de la Universidad Pedagógica Nacional. fcamelo1@yahoo.com
** Profesor de la Universidad Pedagógica Nacional. gmancera@yahoo.com

Resolución de problemas: *la actividad matemática*

Somos conscientes que para identificar cuál es la actividad matemática que queremos privilegiar en el aula debemos reflexionar sobre lo que significa hacer matemáticas; para ello debemos acudir a la historia y recordar que las matemáticas generalmente, tal como lo afirma Charnay (1988), se han construido por la necesidad de dar respuestas a preguntas que han sido traducidas en otros tantos problemas; esta idea ha permitido plantear que el aprendizaje de las mismas debe relacionarse con la necesidad de que los estudiantes utilicen sus competencias y conocimientos adquiridos previamente en los procesos de solución de una situación problema que sea diferente y novedosa.

En este sentido, considerar la resolución de problemas dentro del aprendizaje de las matemáticas no significa restringirse a una serie de reglas que puedan aplicarse de forma instructiva, en las que el estudiante intenta encontrar soluciones sugiriendo una adquisición progresiva y continua, y dándole al estudiante el papel de simple receptor; por el contrario, debe tenerse en cuenta que ésta sugiere un enfoque dinámico de las matemáticas, que permita al estudiante pueda problematizar, es decir, pueda discutir ideas alrededor de la comprensión de la situación, usar representaciones, estrategias cognitivas y utilizar contraejemplos, ya sea para avanzar, resolver o entender.

Brousseau, al respecto, menciona:

> […] sabemos que hacer matemáticas implica ocuparse de problemas. Sólo se hacen matemáticas cuando nos ocupamos de problemas, pero se olvida a veces que resolver un problema no es más que una parte del trabajo; encontrar buenas preguntas es tan importante como encontrar soluciones. Una buena reproducción por el alumno de una actividad científica exigiría que intervenga, que formule, que pruebe, que construya modelos, lenguajes, conceptos, teorías, que los intercambie con otros, que reconozca los que están conformes con la cultura, que tome los que son útiles, etc. (Brousseau, 1986).

Esto, evidentemente, permite pensar que plantear la resolución de problemas con estas perspectivas implica analizar todas las acciones del maestro y de los estudiantes en el aula, y su relación con el conocimiento que se construye; enmarcándonos desde ya en un sistema didáctico, en el sentido de la escuela francesa (profesor-estudiante-saber).

Ahora bien, si son los problemas los que dan origen a las matemáticas, ¿dónde nacen estos problemas? y ¿cuál es su fuente? Según Charnay (1988), las preguntas que han impulsado el desarrollo de las matemáticas tienen distintos orígenes. Por ejemplo, los egipcios durante la "revolución agrícola" (que produjo un cambio decisivo en la relación del ser humano con la naturaleza y de éstos entre sí) trabajaron el problema de la medida en el momento en que los conocimientos matemáticos y astronómicos tuvieron que tener un fin social, pues la economía basada en la caza tuvo que ser sustituida por la cría de animales y la agricultura (Wussing, 1998).

Años más tarde, en la época del renacimiento, el origen de los problemas cambió; tenían ahora una estrecha relación con otras ciencias y técnicas, especialmente aquellas aplicadas a la guerra (desarrollo de la artillería y balística) y al comercio, principalmente por: la circulación monetaria; la conversión entre diferentes tipos de medida, peso y moneda; el cálculo de impuestos; los grandes viajes que alcanzaban alta mar; la arquitectura; el arte y, en general, el conjunto de matemáticas vinculadas con la formación de producción precapitalista.

Pero no siempre la atención de estos problemas pareció tener un fin práctico, pues en algunos momentos se vio la necesidad de organizar lógicamente la disciplina. Este es el caso de los avances realizados por Euclides, la escuela pitagórica y, más recientemente, el remesón que tuvieron los fundamentos matemáticos a finales del siglo XIX y principios del XX[1].

De esta manera, puede afirmarse, en un primer momento, que "¡Hacer matemáticas es resolver problemas!". Sin embargo, Vergnaud (1993) concluye que esta es una respuesta parcial a la pregunta ¿cómo se hacen las matemáticas?, ya que los significantes y la organización del discurso juegan un papel importante, puesto que en la actividad matemática es indispensable, entre otras, la identificación –consciente o inconsciente– de las invariantes, el razonamiento, la inferencia y la anticipación de los efectos y fines de una acción.

La actividad matemática y el aprendizaje de las matemáticas

Ahora bien, ¿podrían estas consideraciones acerca del origen del conocimiento matemático y de sus condiciones en la historia, arrojar luz sobre nuestra reflexión acerca del aprendizaje de los estudiantes de matemáticas? Una primera aproximación a la respuesta podría centrarse en dos características:

- Socio-culturales, políticas y económicas, que hacen a los contextos históricos donde se construyeron las nociones matemáticas, diferentes a los de nuestros estudiantes, por lo que no podrían ser los problemas presentados con las mismas condiciones de la historia completamente válidos para ellos en las aulas.
- Es en el origen de los problemas matemáticos, en el significado de su solución y en los problemas que quedan abiertos a la búsqueda de solución, donde los individuos han encontrado el sentido de las matemáticas producidas.

El Sentido

En su teoría de los campos conceptuales, Vergnaud (1993) propone que el sentido no es otra cosa que, "...una relación del

[1] Para una mayor información del remesón que tuvieron los fundamentos a finales del siglo XIX y principios del XX, se puede ver el capítulo I de: Camelo y Castiblanco (2000). Un Problema Enunciado en el Congreso Internacional de Matemáticos de 1900, en París: El Décimo Problema de Hilbert. Trabajo de pregrado. Universidad Pedagógica Nacional.

sujeto con las situaciones y sus significantes". Más precisamente, cuando un sujeto se enfrenta a una situación, o bien ésta, o bien un significante, evocarán en él una o varias formas de actuar ampliamente automatizadas (*esquemas*), que han sido construidas por el estudiante en su proceso anterior de aprendizaje, y a través de las cuales él intentará dar solución a la cuestión planteada. Son estos esquemas evocados los que dan sentido a la situación planteada.

Junto a esta idea tomaremos también la de Brousseau (1993), quien sustenta que el sentido se compone principalmente de:

- El *tejido* de situaciones en que el estudiante ha construido el conocimiento matemático a partir de razonamientos y pruebas. Este tejido incluye claramente las situaciones en que se:
    - han motivado estos razonamientos y pruebas,
    - ha reformulado y formalizado dicho conocimiento y
    - ha encontrado como medio de solución a este conocimiento.
- Los modelos implícitos que el estudiante asocia a este conocimiento. Estos modelos pueden ser producidos por el mismo conocimiento o ser activados por las huellas de las situaciones que los hacen funcionar o los contextualizan.
- El *tejido* de las reformulaciones y formalizaciones con las que el estudiante manipula y comunica el conocimiento matemático.
- Las concepciones que rechaza, los errores que evita, las economías que procura, las formulaciones que retoma, etc.

Es necesario observar que algunas nociones de la teoría de Brousseau parecen tener similitudes con nociones usadas en la teoría de Vergnaud[2].

Por ejemplo, cuando se usa la idea de *tejido* de situaciones, parece referirse a la historia de situaciones en que el estudiante ha construido sus esquemas. Por otra parte, la idea de esquema parece tener el mismo sentido de modelo implícito, pues ambas se refieren a conductas automatizadas por el sujeto.

Estas características del sentido están referidas básicamente a dos niveles: uno externo, que tiene en cuenta el campo de utilización del conocimiento y sus límites; y uno interno, que cuestiona cómo y por qué funciona el conocimiento (Charnay, 1988). No debemos olvidar que los componentes que propone Brousseau para el sentido están en relación dialéctica y que no pueden analizarse unos sin referirse a los otros.

Pero estas ideas nos permiten un cuestionamiento todavía más interesante: ¿Cómo hacer para que los conocimientos matemático adquieran verdaderamente sentido para el grupo de estudiantes? Sólo cuando los docentes encontremos caminos de solución a esta pregunta se abrirá una posibili-

[2] Actualmente, investigadores como Godino intentan encontrar las similitudes y diferencias teóricas que puedan tener estos dos autores. Véase XVI Reunión del SIIDM, Grupo DMDC, SEIEM. Huesca, 31 de Marzo de 2001. (Trabajo en elaboración, Versión, 21-mayo-2001).

dad de que los estudiantes sean capaces, además de repetir o rehacer, de resignificar sus competencias y conocimientos en situaciones nuevas, de adaptarlos, de comunicarlos, de resolver nuevos problemas y de encontrar por sí mismos los límites de cada competencia y conocimiento matemático.

Para reflexionar al respecto, pasaremos ahora a analizar los papeles de los estudiantes y del maestro, para lo que tomaremos ideas de la escuela francesa en lo referido a actividades de enseñanza-aprendizaje de la matemáticas en el aula.

Modelos de aprendizaje

Definitivamente, si lo que queremos es un estudiante con las características mencionadas, los maestros debemos hacer un diseño o una elección adecuada de las situaciones de enseñanza y/o aprendizaje; esto no es fácil, pues como lo ha afirmado Santos Trigo (1997), tal elección (que el maestro hace implícita o explícitamente) depende de los puntos de vista que él tiene sobre las matemáticas, los objetivos específicos (sociales y escolares) de la enseñanza de las matemáticas, los estudiantes, las demandas que la noosfera[3] le hace a la institución implícita o explícitamente (evaluaciones externas), etc.

Ahora bien, para facilitar el estudio y ponernos de acuerdo en la elección de situaciones con sentido para el estudiante, se hace necesario buscar modelos que nos permitan interpretar los puntos de vista sobre los que el maestro basa su actuación en el aula. Para ello tomaremos el concepto de contrato didáctico de la escuela francesa:

> *[…]una relación que determina –explícitamente en parte, pero sobre todo implícitamente– lo que cada protagonista, el enseñante y el enseñado, tiene la responsabilidad de administrar y de lo que será responsable delante del otro, de una forma u otra. Este sistema de obligaciones reciprocas se parece a un contrato. Lo que nos interesa aquí es el contrato didáctico, es decir, la parte de este contrato que es específica del 'contenido': el conocimiento matemático buscado* (Brousseau, 1986).

Desde esta perspectiva, y siguiendo a Charnay (1988), describiremos tres modelos según los roles y tareas del maestro y del estudiante con relación al saber puesto en juego: el normativo, el incitativo y el aproximativo.

Para el modelo normativo, la intención principal es la de comunicar un saber a los estudiantes (de ahí que centre su atención en el contenido, –Fig. 1: en ella,

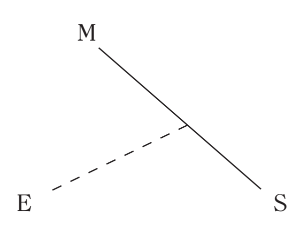

Figura 1

[3] Según Chevallard (1997), "...en la noosfera, pues, los representantes del sistema de enseñanza, con o sin mandato (desde el presidente de una asociación de enseñantes hasta el simple profesor militante), se encuentran, directa o indirectamente (a través del libelo denunciador, la demanda conminatoria, el proyecto transaccional o los debates ensordecidos de una comisión ministerial) con los representantes de la sociedad (los padres de los alumnos, los especialistas de la disciplina que militan en torno de su enseñanza, los emisarios del órgano político)". Pp. 28 y 29.

M hace referencia al maestro, E al estudiante y S al saber–); esto hace que el rol del maestro sea mostrar las nociones y proveer los ejemplos, relacionando el aprendizaje con una simple acumulación de pedazos de información, por lo que se ve obligado a acomodarlos en una secuencia ordenada, de tal suerte que el papel del estudiante será el de aprender y escuchar para luego poder entrenarse, ejercitarse, imitar y, al final, poder aplicar lo que ha aprendido. Se debe mencionar que en este modelo el saber ya está construido y, por tanto, acabado y estático.

Por su parte, en el modelo incitativo debe existir un flujo libre de información en el que lo principal es indagar al estudiante sobre sus intereses, motivaciones y necesidades (centrándose de esta manera en el estudiante. Fig. 2).

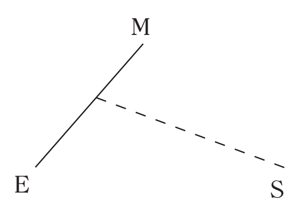

Figura 2

En este modelo el maestro debe escuchar al estudiante, contestar a sus demandas, desafiar su curiosidad, ayudarle a utilizar fuentes de información, remitirlo a herramientas de aprendizaje. Por su parte el estudiante, inicialmente debe buscar organizar los conocimientos para, en un segundo momento, poder estudiarlos y así aprender. En este modelo el saber está ligado principalmente a las necesidades de la vida, del entorno (la estructura propia de este saber pasa a un segundo plano).

En cuanto al modelo aproximativo, se propone partir de concepciones existentes en el estudiante para "ponerlas a prueba", mejorarlas, modificarlas o construir nuevas (de ahí que centre su atención en la construcción del saber por parte del estudiante. Fig. 3).

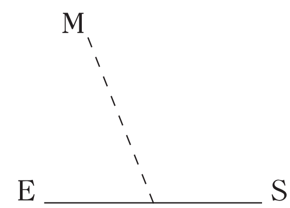

Figura 3

Esto hace que el papel del maestro sea el de imaginar, proponer y organizar situaciones que los estudiantes puedan vivir; además, propone, en el momento adecuado, los elementos convencionales del saber. Por su parte, el estudiante ensaya, busca, propone soluciones, construye modelos, confronta con sus compañeros, define y discute, es decir, en ciertos momentos el trabajo intelectual del estudiante es comparable a la actividad científica. El saber es considerado con su lógica propia.

Ahora bien, de los modelos expuestos el único que se ajusta a las características de sentido dadas anteriormente (significantes y significados, *tejido* de situaciones, *modelos implícitos*, *tejido* de las reformulaciones y formalizaciones y concepciones que rechaza) es el modelo aproximativo, puesto que logra, a partir de situaciones problema, amplios niveles de interacción y participación de los estudiantes al permitir utilizar concepciones existentes que serán, a través de la construcción de la solución, reformuladas, dándole nuevos significados a las competencias y contenidos matemáticos.

Por esta razón, a continuación ahondaremos en las características internas de este modelo.

Modelo aproximativo y su relación con las situaciones problema: *una mirada a su interior*

Según lo que hemos afirmado, una situación problema en el aula de matemáticas puede ser interpretada como un escenario para el aprendizaje, diseñado por el maestro, que tiene sentido para el estudiante, donde es posible que él se relacione autónomamente con el saber matemático. Dicho escenario debe generar un conflicto cognitivo que permita procesos de reflexión conducentes a la reformulación, formulación y formalización de competencias y conocimientos matemáticos. Además, debemos agregar que estas reformulaciones, formulaciones y formalizaciones deben nacer en medio de exploraciones, sistematizaciones, confrontaciones, debates y evaluaciones, las que deben ser validadas por el estudiante e institucionalizadas por el maestro. Esta interpretación nos permite concluir que existen tanto responsabilidades del maestro como de los estudiantes, así como se muestra en el siguiente cuadro:

Responsabilidad del Maestro	Diseño de situaciones (teniedo en cuenta)	• Conjunto de conocimientos y competencias pre-existentes en el estudiante. • Conjunto de conceptos que se relacionan con las situación. • Medios disponibles. • Contexto y/o entorno. • Conocimiento disciplinar. o de situaciones
Responsabilidad del Estudiante	Asumir una actitud matemática (para lo que debe)	• Intervenir. • Formular. • Probar. • Construir modelos, lenguajes, conceptos, teorías, • Comunicar y discutir sus ideas con otros. • Validar.
Responsabilidad del del Maestro	Institucionalización	• Nueva herramienta conceptual. • Ejercicios y situaciones de mecanización. • Síntesis, leguaje convencional. • Resignificación para el estudiante.

Responsabilidades del maestro

Diseño de situaciones

Así como es cierto que las situaciones problema son asumidas dentro del marco de este documento como un instrumento valioso, tanto para la enseñanza como para el aprendizaje, también lo es el hecho de que éstas permiten generar relaciones entre los conceptos que van apareciendo cuando un estudiante o grupo de estudiantes se enfrenta a ellas, puesto que él o ellos tienen un conjunto de conocimientos y competencias pre-existentes que ponen en juego al enfrentarse por primera vez a la situación. Vergnaud (1993) propone, desde la teoría de los campos conceptuales, interpretar el funcionamiento de este conjunto de conocimientos y competencias con la noción de esquema "[…] organización invariante de la conducta por una clase de situaciones dadas". Organización que, según Vergnaud funciona de dos maneras, dependiendo de las clases de situaciones:

- Situaciones en las que el estudiante posee conocimientos y competencias para el tratamiento inmediato de la situación.
- Situaciones en las que el estudiante no posee conocimientos ni competencias para el tratamiento inmediato de la situación, lo que lo obliga a reflexiones y exploraciones, formulaciones, pruebas, etc., y que conducen al éxito o al fracaso.

Así mismo, en las situaciones problema, un concepto no puede reducirse a su definición, puesto que se está interesado en su enseñanza y aprendizaje, es decir, se requiere que adquiera sentido para el estudiante, y es claro que su mera definición no lo logra, demandando para ello tener en cuenta el campo de utilización del concepto, sus límites y cómo y por qué funciona. En resumen, podemos decir que según Vergnaud, un concepto se define como una terna que involucra el conjunto de situaciones (que dan sentido al concepto), el conjunto de invariantes (que permite el funcionamiento de los esquemas) y el lenguaje (que permite representar simbólicamente el concepto, las propiedades y los procedimientos).

Del mismo modo, las relaciones entre conceptos se dan a manera de red conceptual: se entiende por red conceptual una especie de malla en la que los nudos son el centro de las distintas relaciones existentes entre los conceptos asociados a los conocimientos y competencias que la situación permite evocar. La estructura y desarrollo de la misma dinamizan el currículo de las matemáticas escolares, en el sentido que elimina el carácter absoluto y acabado de las mismas (Múnera y Obando, 2002).

Lo anterior nos permite generar el siguiente cuestionamiento: ¿Qué debe hacer el maestro para asumir verdaderamente su responsabilidad de diseñar situaciones en las que tenga en cuenta los esquemas, las situaciones y los conceptos, tal como lo hemos descrito aquí?

Es claro que para este fin el maestro no sólo debe analizar la estructura formal del cuerpo de conocimientos matemáticos, sino que también debe analizar las características particulares de estos conocimientos y sus relaciones, así como a los estudiantes a quienes quiere ayudar a que avancen en la construcción de ese conocimiento, lo que implica no pensar sólo en la disciplina matemática, sino, también, interesarse por la psicología cognitiva y social.

Esta última idea implica que los conceptos matemáticos deben sufrir una recontextualización para ser transformados en un saber matemático con sentido en la escuela; Chevallard (1997) llama a esta transformación *transposición didáctica*[4].

Para comprender la idea de transposición didáctica debemos recordar primero cuáles son las características del trabajo del investigador matemático. Él, antes de comunicar lo que piensa que ha encontrado, tiene que delimitarlo. Esta no es una tarea fácil, pues debe identificar qué de lo que ha encontrado es susceptible de convertirse en un saber nuevo e interesante para los demás matemáticos; tiene que, además, insertar este saber dentro de los conocimientos más próximos de la estructura matemática, por lo que debe suprimir todas las reflexiones inútiles, los errores y caminos equivocados, las razones de sus determinaciones y las condiciones personales y sociales que lo han conducido al éxito; es decir, el matemático debe despersonalizar, descontextualizar y destemporalizar sus resultados (Brousseau 1986).

[4] "Un contenido de saber que ha sido designado como saber a enseñar, sufre a partir de entonces un conjunto de transformaciones adaptativas que van a hacerlo apto para ocupar un lugar entre los objetos de enseñanza. El "trabajo" que transforma un objeto de saber a enseñar en un objeto de enseñanza, es denominado la transposición didáctica". (Chevallard 1997. P. 45).

El trabajo del profesor es inverso al del investigador, debe repersonalizar, recontextualizar y retemporalizar los conocimientos matemáticos en unas condiciones particulares para que estos tengan sentido para el estudiante. Debe, además, adaptar cada conocimiento a una situación específica, simulando de esta manera, en su clase, una microsociedad científica en donde se generen buenas preguntas y discusiones. Estas situaciones deben dar la posibilidad a los estudiantes de encontrar autónomamente el saber que es comunicable y que el profesor ha querido enseñar; es decir, los estudiantes deben redespersonalizar, redescontextualizar y redestemporalizar su saber, e identificarlo con el saber cultural y científico de su época (Brousseau, 1986).

Institucionalización

Pero la responsabilidad del maestro no cesa en el diseño de las situaciones, que de por sí es bastante complejo; él debe organizar, sistematizar, dar cuerpo y estructura a los conocimientos y competencias que se crerían fueran objeto de aprendizaje, a partir del trabajo realizado por los estudiantes. Esto permite analizar y confrontar los diferentes procesos y procedimientos para así ver las similitudes, diferencias, eficiencias, inconveniencias, restricciones, logrando una socialización crítica del conocimiento.

Además, debe tener presente el conjunto de conceptos que se relacionan con la situación presentada (*red conceptual*). Esta acción es un proceso fundamental del trabajo del maestro, pues debe lograr que el grupo de estudiantes acepte y tome conciencia oficial del conocimiento matemático que quería enseñar y estar seguro del aprendizaje de ellos. Es, en últimas, el fenómeno social más importante en el aprendizaje de las matemáticas. Es el momento en que el docente puede y debe constatar lo que los alumnos debían o no hacer y rehacer, aprender o no aprender (Brousseau, 1993).

Es tan importante la institucionalización que todo puede reducirse a ella; por ejemplo, las situaciones de enseñanza tradicional son esencialmente de institucionalización, pues el maestro no se ocupa ni del diseño de situaciones, ni del sentido, ni del aprendizaje de los estudiantes.

Responsabilidades del estudiante

Muchas de las características y responsabilidades que debe asumir el estudiante las hemos mencionado en este documento. Sin embargo, intentaremos resumir las más relevantes.

Si como el trabajo del maestro es inverso al del investigador, el del estudiante debe ser comparable con una actividad científica, es decir, exigirá del estudiante, por su parte, que intervenga, formule, pruebe, construya modelos, lenguajes, conceptos y teorías, que los intercambie con otros y reconozca los que están conformes con la cultura, que tome los que son útiles. En últimas, ocuparse de resolver problemas, pues, como hemos mencionado, sólo se hacen matemáticas cuando nos ocupamos de problemas. De esta manera se logra manera que el estudiante asuma un papel crítico y por tanto se enfrente al trabajo que se le presente autónomamente y no como una exigencia externa del maestro.

Reflexiones finales

- El diseño de situaciones problema favorece el desarrollo de la actividad matemática en los estudiantes, puesto que su actividad se parece a la del investigador en matemáticas, quien interviene, formula, prueba, construye modelos, lenguajes, conceptos y teorías, reconociendo los que están conformes con la cultura y tomando los que son útiles. Lo anterior va en contraposición con la propuesta tradicional que privilegia una actividad memorística, repetitiva y nada autónoma del estudiante.
- Una propuesta de aprendizaje matemático por medio de la resolución de problemas permite que los estudiantes sean autónomos en la construcción de su saber, puesto que los conocimientos y competencias que debieran aprender son la mejor estrategia para llegar a resolver satisfactoriamente la situación planteada. Es por ello que cobra importancia la simulación de una microsociedad científica, que permite percibir el conocimiento matemático como un proceso que admite diversos procedimientos, errores, argumentos, etc. En contraposición con una visión rígida, única y terminada de las matemáticas escolares.
- Con la idea de esquema propuesta por Vergnaud podemos aceptar que los conocimientos y competencias matemáticas no se acumulan, como

se piensa en la propuesta tradicional, sino que pasan de estados de equilibrio a estados de desequilibrio a través de los que los conocimientos y competencias anteriores son cuestionadas, dando nuevamente una visión de las matemáticas como proceso.

- La idea de evaluación también toma una nueva dimensión, pues ciertas producciones erróneas de los estudiantes, en especial si ellas persisten, no indican una ausencia de saber, sino, más bien, de una concepción preexistente, sobre la que el maestro deberá diseñar una situación para que los estudiantes la enfrenten y construyan con sentido un nuevo conocimiento o competencia. De lo anterior se deduce que el estudiante no es "una caja vacía" sobre la que depositar conocimientos.
- Los campos conceptuales toman gran importancia, ya que permiten observar que los conocimientos y conceptos matemáticos no están aislados o atomizados, pues existen relaciones entre ellos. Relaciones que permiten organizar la secuencia de situaciones, dando una nueva organización curricular que privilegia la conceptualización de los estudiantes.
- La interacción social entre los actores que se enfrentan a una situación de aprendizaje se redimensiona, pues ellos aprenden a tolerar las críticas, argumentar y contra-argumentar, acep-tar sus errores, validar o no las posiciones de sus compañeros, etc. Esto contribuye a la educación de ciudadanos participativos y respetuosos.
- Dentro de esta propuesta toman especial importancia las *creencias epistemológicas* del maestro, tanto de las matemáticas como de la enseñanza y del aprendizaje, pues en muchos casos al tiempo de enseñar un saber, ellas sugieren cómo utilizarlo; dicha posición es difícil de identificar, asumir y controlar en muchos casos. Provocando que estas creencias se deslicen hacia el estudiante, quien las asume rápidamente por ser explícitas e inconscientes. Por lo anterior, la formación continua del docente cobra vital importancia.
- La democratización del conocimiento es evidente, puesto que el aprendizaje de las matemáticas no es cuestión de élites que memorizan y repiten los conceptos enseñados, sino que es en la posibilidad de interactuar que todos los participantes tienen (si la gestión del maestro lo permite) en la que se debaten, se argumentan, se legitimizan y se validan los conocimientos y competencias.

Bibliografía

Brousseau, G. (1986). Fondements et Méthodes de la Didactique des Mathématiques. En *Recherches en Didactique des Mathématiques*, 7 (2) pp. 33-115.

Brousseau, G. (1993). Los Diferentes Roles del Maestro. En *Didáctica de las Matemáticas.* Paidós Educador. Editado por Parra Cecilia et al, pp. 65-94.

Charnay (1988). Aprender (por Medio de) la Resolución de Problemas. En Grand N, *revista de matemática, ciencias y tecnología para los maestros de la escuela primaria y pre-primaria*. No 42, enero.

Chevallard (1997). *La transposición didáctica. Del saber sabio al saber enseñado*. Aique.

Godino, J. D. (2001). Confrontación de herramientas teóricas para el análisis cognitivo en didáctica de las matemáticas. En: XVI Reunión del SIIDM, Grupo DMDC, SEIEM. Huesca, 31 marzo, (Trabajo en elaboración).

Múnera C., y Obando Z. (2002). Las Situaciones Problema como Estrategia de la Conceptualización Matemática (artículo en construcción).

Santos, T. (1997). *Principios y métodos de la resolución de problemas en el aprendizaje de las matemáticas*. Grupo Editorial Iberoamérica.

Vergnaud, G. (1993). La teoría de los campos conceptuales. En *Lecturas en didácticas de las matemáticas, escuela francesa*. México: CINVESTAV-IPN.

Wussing, H. (1998). *Lecciones de Historia de las Matemáticas*. Madrid: Siglo XXI Editores.

Artículo recibido: 25-10-2004
y aprobado: 11-11-2005