

LA FORMACIÓN DE LA HABILIDAD PARA RESOLVER PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS: UNA EXPERIENCIA INVESTIGATIVA SUSTENTADA EN EL ENFOQUE HISTÓRICO CULTURAL

THE FORMATION OF THE ABILITY TO SOLVE PROBLEMS OF MATHEMATICAL: A SUSTAINED INVESTIGATIVE EXPERIENCE IN CULTURAL THE HISTORICAL APPROACH.

Israel Mazarío Triana*

RESUMEN

El siguiente artículo muestra los resultados de una experiencia pedagógica sobre el desarrollo de habilidades en la resolución de problemas de matemáticas en estudiantes de primer año. La investigación se llevó a cabo en el Departamento de Matemáticas de la Universidad de Matanzas, Cuba. Basado en el enfoque histórico cultural de L. S. Vygotsky, el trabajo presenta una nueva visión de la educación como desarrollo integral de la personalidad, que tiene lugar mediante la interacción social, la actividad conjunta y las relaciones entre profesor-estudiantes-conocimientos matemáticos, que se integran en la noción de enseñanza-aprendizaje que sustentamos. Con la investigación realizada durante varios cursos se ha logrado que los estudiantes desarrollen las acciones relacionadas con la resolución de problemas de matemáticas. En las conclusiones se enumeran los avances obtenidos hasta el momento.

Palabras clave: Habilidades, acciones, resolución de problemas, experiencia pedagógica.

ABSTRACT

The following paper shows the results of a pedagogic experience about the abilities development in the resolution of problems to students of the first year that was put into practice in the Mathematic Department, in the University of Matanzas, Cuba. Based in Vygotsky's thinking, the work presents a new vision of education possible as integral development of personality taking place by means of social interaction, joint activity and relation between teacher-students-mathematical's knowledge, integrating into the notion of teaching-lear-

* Universidad de Matanza Camilo Cienfuegos- Matanzas, Cuba, Israel.mazario@umcc.cu

ning that we sustain. The investigation performed during some courses has had good results. We have obtained the formation of the behavior skill related with problems solving in Mathematic. In the conclusions part, the achievements will be pointed out.

Key words: Abilities, actions, resolution of problems, pedagogical experience.

INTRODUCCIÓN

En la sociedad actual, que experimenta un creciente desarrollo científico, tecnológico y social, se considera cada vez más importante tener una buena preparación matemática que opere como vía de acceso a dichos conocimientos.

Por otra parte, la sociedad exige de sus profesionales una mayor independencia y capacidad de decisión que se traduzca en la posibilidad de enfrentar los problemas más diversos.

En esta perspectiva, uno de los aspectos más importantes de la enseñanza y el aprendizaje de las matemáticas, pero que a la vez es mayor el índice de fracaso de los estudiantes, es el de la resolución de problemas. Por ello es que, desde hace tiempo, dicho aspecto se ha configurado como una de las principales líneas de investigación didáctica, tal como lo muestra la abundante bibliografía sobre el tema.

Dentro de este contexto pedagógico se enmarca la realización de este trabajo investigativo sustentado en el enfoque histórico cultural en la escuela superior cubana y que aborda el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas matemáticos, teniendo como objetivo general diseñar e instrumentar una experiencia pedagógica que favorezca el desarrollo de la habilidad resolver problemas

de matemáticas en estudiantes del primer año de la carrera de Agronomía.

Así, pues, la propuesta pedagógica se fundamenta en una estructuración operacional de la resolución de problemas matemáticos como habilidad, considerando, además, otros elementos cognoscitivos y educativos inherentes al proceso de resolución de problemas, todo ello dentro de un contexto en el que se integren el actuar y el reflexionar sobre su propia actividad. De esta manera, la problemática educativa vinculada a la resolución de problemas matemáticos aparece como un aspecto importante en el aprendizaje de la disciplina y de sus requerimientos formativos para el futuro profesional.

SITUACIÓN PROBLÉMICA

En la actualidad, se reconoce que los problemas de enseñanza y de aprendizaje de las matemáticas son muy complejos, situación que en los ciclos básicos universitarios no parece ser una excepción. Este reconocimiento redimensiona el papel del docente, lo compromete con la función social de la institución escolar y lo induce a aprovechar el potencial de su disciplina como herramienta intelectual primordial para dar respuesta a un sinnúmero de intereses y problemas. Además, la educación sería un esfuerzo inútil de no ser por el hecho de que el ser humano pueda

aplicar, para resolver numerosas situaciones, lo asimilado concretamente.

En particular, para el caso que nos ocupa, se observa un considerable nivel de fracaso al resolver problemas de matemáticas en los estudiantes que ingresan a la carrera de Agronomía en la Universidad de Matanzas. Las dificultades de los estudiantes que se presentan están relacionadas con mayor frecuencia con: el análisis de los enunciados, la ausencia de una línea directriz en términos de la secuencia de acciones que se dan en el proceso, los recursos intelectuales utilizados, y con la verificación de la efectividad del proceso de resolución y de los resultados.

Ante esta situación resulta interesante reflexionar sobre la búsqueda de una solución, pues como se sabe, existe una relación importante entre la forma de llevar a cabo el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas en nuestras aulas y dicha problemática.

De las consideraciones anteriores se deriva el siguiente problema científico:

Los estudiantes que ingresan a la Universidad de Matanzas a formarse como ingenieros agrónomos tienen un desarrollo insuficiente de la habilidad resolver problemas de matemáticas.

En correspondencia con el problema científico y el objetivo general de la presente investigación, se plantean las siguientes preguntas científicas:

- ¿Cómo estructurar en acciones y operaciones la habilidad para resolver problemas de matemáticas de manera que dicha estructuración constituya un

modelo de actuación general para que los estudiantes resuelvan los problemas que les presentamos?

- ¿Es posible favorecer en los estudiantes el desarrollo de las acciones correspondientes a la habilidad para resolver problemas de matemáticas, aplicando los contenidos del cálculo diferencial e integral, a través de la instrumentación de una experiencia pedagógica sustentada en el enfoque histórico cultural?

DISEÑO METODOLÓGICO

El experimento pedagógico de tipo cuasiexperimental se realizó en la variante de series de tiempo, modalidad de caso o grupo único, que se refieren a aquellas situaciones en las que varias mediciones u observaciones se han obtenido antes, durante y después de aplicar determinado tratamiento a un grupo (M. P. Colás y L. Buendía, 1992, pp.120-124).

El trabajo experimental se inició como experiencia piloto; la experimentación rigurosa y la toma de los datos utilizados para extraer conclusiones se realizó durante cuatro cursos.

Como se ha expresado, la población que formó parte de esta experiencia pedagógica se conformó con los estudiantes matriculados en el primer año de la carrera de Agronomía en la Universidad de Matanzas, Cuba. Los alumnos conocieron desde el comienzo las metas hacia las que se debían dirigir. Se les hizo saber, por tanto, los objetivos de la investigación y las características del experimento, a fin de que pudieran involucrarse

tanto cognoscitiva como afectivamente en el proyecto y valorar su desempeño escolar.

DEFINICIONES CONCEPTUALES

Habilidad resolver problemas de matemáticas: proceso que implica la realización de una secuencia o serie de acciones para la obtención de una respuesta adecuada a una dificultad con intención de resolverla, es decir, la satisfacción de las exigencias (meta, objetivo) que conducen a la solución del problema matemático.

Experiencia pedagógica: conjunto de acciones coordinadas entre el profesor y los estudiantes que se realizan en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas para conseguir una finalidad: contribuir al desarrollo de la habilidad resolver problemas de matemáticas.

En el logro de esta meta influyen tres factores esenciales: acciones del profesor (para enseñar), acciones de los estudiantes (para aprender y desarrollarse personal y socialmente), y la interrelación profesor-acciones-estudiantes. De ahí que estas acciones no se pueden implementar de forma desordenada. Se requiere determinada organización y un tránsito gradual por determinadas fases planificadas cronológicamente en relación con las acciones educativas.

Desde la misma perspectiva teórica, se considera que las situaciones de aprendizaje sustentadas en la resolución de problemas deben tener tres elementos distintivos para que adquieran su verdadero significado:

- Motivación: el estudiante ha de experimentar un desafío, una contradicción

que lo impulse hacia la búsqueda de la solución.

- Sincretismo: la situación se presenta de forma tal que al inicio no se identifican con claridad o precisión algunos de sus componentes.
- Acciones: el estudiante debe ser consciente de que para poder resolver el problema debe ejecutar una serie de acciones conducentes a su solución.

De acuerdo con lo anterior, se concluye que por la relevancia que tienen estos tres aspectos para esta investigación, es necesario que se integren en una nueva definición de problema sobre la base del estudio teórico realizado. Así, se elabora la siguiente definición:

Un problema es una situación o dificultad prevista o espontánea, con algunos elementos desconocidos para el sujeto, capaz de provocar la realización de acciones sucesivas para darle solución.

Por otro lado, tal como se ha definido, se considera la resolución de problemas como una habilidad, y como tal se caracteriza y estructura posteriormente en el trabajo, todo ello con base en determinadas acciones, que son las que permiten acceder a los medios para resolver los problemas.

EL ENFOQUE HISTÓRICO CULTURAL COMO MARCO TEÓRICO-METODOLÓGICO

Por constituir el proceso de construcción del conocimiento matemático un fenómeno social y cultural que tiene entre sus metas la resolución de problemas, esta investigación se fundamenta en una con-

cepción psicológica de fuerte implicación pedagógica: el enfoque histórico cultural de L. S. Vygotsky (1982, 1987) y sus continuadores: A. N. Leóntiev (1979, 1981), P. Y. Galperin (1974, 1986), entre otros autores.

En esta perspectiva, se señalan algunos principios e ideas fundamentales que sustentan la propuesta pedagógica que se presenta:

- Unidad de lo afectivo y lo cognitivo, lo que significa reconocer la vinculación entre el aprendizaje y el afecto.
- Centra la atención en el sujeto activo, consciente y orientado hacia un objetivo.
- El aprendizaje se produce más fácilmente en situaciones colectivas que favorecen conductas de cooperación. La actividad humana transcurre en un determinado contexto sociocultural, en activa interacción con otras personas a través de variadas formas de colaboración y comunicación.
- Importancia de los procesos de internalización: los procesos de aprendizaje inician y van conformando los procesos de desarrollo. El desarrollo humano se produce de afuera hacia adentro, por medio de la internalización de procesos interpsicológicos, es decir, a través de la participación en situaciones sociales que propicien el aprendizaje. En este sentido, cuando el estudiante es capaz de utilizar el lenguaje para fundamentar, explicar y argumentar sus interacciones con el medio social se enriquecen y se van haciendo cada vez más complejas.

De igual forma, la importancia del enfoque histórico cultural se ve reflejado

en la experiencia pedagógica a partir del carácter rector de la enseñanza para el desarrollo psíquico, considerándolo fuente de ese desarrollo al analizar las posibilidades y asegurar las condiciones para que el estudiante se eleve mediante la colaboración a un nivel superior. En este sentido, es fundamental el concepto de *zona de desarrollo próximo*, introducido por L. S. Vygotsky.

De este modo, se observa que en el proceso de aprendizaje es posible distinguir un nivel real de desarrollo (dado por las acciones que un individuo puede desarrollar por sí solo) y un nivel potencial (que se manifiesta a través de las acciones que un individuo puede desarrollar bajo la guía de un experto o en colaboración de un compañero más capaz), esta última constituye la zona de desarrollo próximo (L. S. Vygotsky, 1987).

La zona de desarrollo próximo enfatiza la importancia de la interacción de los estudiantes con el profesor y de los estudiantes entre sí, a fin de favorecer el desarrollo de procesos cognitivos y afectivos que aún no se han desarrollado en toda su potencialidad.

Por otro lado, y a partir de la concepción vygostkyana del desarrollo, entendida como el proceso a través del cual el individuo se apropia de la cultura social e históricamente desarrollada como resultado de su actividad, resulta conveniente precisar que la resolución de problemas forma parte fundamental de la actividad del sujeto.

Al respecto, la Teoría de la Actividad, de A. N. Leóntiev (1979, 1981), permite

el análisis de la actividad de estudio, que incluye la resolución de problemas. De acuerdo con esta teoría, los principales componentes de las actividades los constituyen las acciones, que a su vez se realizan a través de operaciones.

Las acciones son procesos subordinados a la representación del resultado que debe alcanzarse, o sea el proceso subordinado a un objetivo consciente, y las operaciones son microacciones que le dan a la acción esa forma de proceso continuo. Es decir, toda acción puede descomponerse en varias operaciones con determinada lógica, consecutividad (N. F. Talízina, 1988).

Otro punto de interés cuando se refieren acciones componentes de la actividad, es el que establece las funciones que las acciones cumplen dentro de la actividad, enfocándose tres aspectos diferentes: acciones de orientación, de ejecución y de control. La motivación debe mantenerse a lo largo de todo este proceso.

Dentro de esta concepción, N. F. Talízina (1988, pp. 59-60) describe:

La parte orientadora de la acción está relacionada con la utilización por el hombre del conjunto de condiciones concretas, necesarias para el exitoso cumplimiento de la acción dada, que entraron en el contenido de la base orientadora de la acción. La parte ejecutora –parte de trabajo de la acción– asegura las transformaciones dadas en el objeto de la acción (ideales o materiales). La parte del control de la acción está dirigida a seguir la marcha de la

acción, a confrontar los resultados obtenidos. Con su ayuda se hace la corrección necesaria tanto en la parte orientadora como en la ejecutora de la acción.

En lo referente al control, es necesario que en el proceso de enseñanza-aprendizaje se atienda tanto el control externo, es decir, el realizado por el docente o un compañero de aula, así como el interno o autocontrol, que debe ir sustituyendo paulatinamente al control externo.

Es muy importante que la fase de control se realice durante todo el proceso de realización de la acción y no sólo en su parte final (producto o resultado). Someter a control nos garantiza efectuar las correcciones necesarias de la acción, por la comparación de los resultados que se van obteniendo con el modelo dado.

Por tanto:

El aprendizaje presupone la apropiación del conocimiento necesario para ejecutar una o varias acciones y ejecutarlas con la finalidad de que estas se transformen en una habilidad, en correspondencia con el conocimiento adquirido. El resultado de esta transformación depende del conocimiento que se tenga sobre la acción en sí. No es posible que se logre un aprendizaje eficiente sin tener un conocimiento de cómo actuar. Si un estudiante no tiene idea de las acciones que debe realizar para resolver un ejercicio o problema que se le proponga, hará muchos intentos fallidos al procurar resolverlo si no dispone de manera consciente de la orientación para ello (S. Hernández y H. Hernández, 1998, p. 59).

A partir de estos argumentos, y considerando las fases de los modelos de resolución de problema (Gil y Martínez-Torregrosa, 1983; G. Polya, 1989; Mason-Burton-Stacey, 1989; A. H. Schoenfeld 1985; y otros), se formula y caracteriza brevemente el siguiente *sistema de acciones* para estructurar la *habilidad resolver problemas de matemáticas*:

1. **Analizar el problema:** esta acción se manifiesta desde el momento en que el estudiante enfrenta el problema y trata de descomponerlo en sus partes integrantes, con el objetivo de identificar los datos que le aporta el enunciado, las relaciones establecidas entre los diferentes componentes de la situación planteada y, simultáneamente, determinar los interrogantes que debe responder. En general, se trata de un análisis estructural para determinar el contenido objetivo del problema (magnitudes, variables, objetos, etc.), un análisis cualitativo para examinar las características o condiciones del problema y las relaciones entre magnitudes, y también un análisis operacional para considerar los pasos, acciones u operaciones que se deben ejecutar para solucionar el problema. Esto no significa que se tenga que clasificar cada tipo de análisis, pues en este proceso se integran estas tres direcciones analíticas. Esta actividad analítica se complementa con otra de síntesis, en la que se logra una reestructuración consciente de la situación que se desea resolver.
2. **Generar estrategias de trabajo:** esta acción consiste en que el alumno se

plantee una visión general del procedimiento o procedimientos que conduzcan a la solución del problema, es decir, planifique una estrategia directriz para evitar proceder de modo prematuro sin disponer de un plan para obtener la solución.

3. **Valorar las consecuencias de la aplicación de la estrategia que se considere más adecuada:** pronosticar sobre las consecuencias de una forma específica de proceder para resolver un problema, y posteriormente observar su cumplimiento, es también una acción mental. Supone la capacidad de pensar antes de actuar, de predecir cómo será la acción o ejecución, y habitúa al estudiante a realizar esta “práctica cognitiva previa” con mayor eficacia. Al seleccionar entre varias estrategias “la mejor opción” se debe tener en cuenta que ésta es una acción que conduce al estudiante del modo más ventajoso a la solución de un problema. Consideramos que esta acción no se explicita suficientemente en los modelos de resolución de problemas a pesar de sus implicaciones didácticas, entre las que se citan:
 - Contribuye a la integración de ideas y ayuda a situarse en la perspectiva de “dónde estamos” y “hacia dónde vamos”.
 - Favorece la comparación entre objetos, fenómenos y procesos, que pueden generar alternativas y selección de lo más adecuado o conveniente, por lo que permite utilizar criterios de identificación, selección y aplicación.
 - Permite hacer pronósticos sobre objetos, fenómenos, procesos y hechos ocurridos en la naturaleza y la sociedad.

- Ofrece la posibilidad de evaluar soluciones potenciales y seleccionar entre ellas la de mayor posibilidad de producir la solución o la de mayor oportunidad de tener éxito.
- Proporciona la práctica para: a) elaborar una estrategia por pasos; b) obtener varias vías de resolución antes de optar por una de ellas; c) regular el proceso de búsqueda de medios y estrategias de resolución de problemas de matemáticas.

4. Ejecutar o desarrollar la estrategia

seleccionada: la ejecución consiste en la aplicación sistemática de las operaciones y los medios de trabajo previstos para solucionar el problema. Su desarrollo supone el dominio de conocimientos, estrategias y procedimientos de resolución, que permiten realizar acciones progresivas que conducen a un resultado: la solución del problema.

5. Evaluar los logros y dificultades durante la ejecución:

esta acción consiste en ir valorando los aciertos y deficiencias a través de todo el proceso de resolución del problema matemático, para realizar los ajustes necesarios que posibiliten la correcta solución del problema.

A lo largo de la descripción presentada, es fácil constatar que el objetivo de las acciones en la resolución de problemas (léase: analizar-generar-valorar-ejecutar-evaluar) es siempre transformar una situación inicial (dada por el problema) en una situación final (lo que se busca, resultado).

Con respecto a las acciones relacionadas directamente con la resolución de problemas de matemáticas, se concuer-

da con L. N. Landa (1978) cuando expresa que enseñar a actuar con base en el conocimiento de las acciones facilita y acelera sustancialmente el desarrollo de habilidades.

En este sentido, se considera que en el proceso de resolución de problemas matemáticos la generalización de la acción desempeña un papel en el desarrollo de la acción o habilidad, ya que los estudiantes deben reconocer (a partir de la variedad de problemas concretos que se presenten) las acciones que se realizan, cómo se realizan y el por qué deben hacerlo, mediante el establecimiento de nexos entre los diferentes problemas o condiciones específicas de las tareas.

Por tanto, durante la experiencia se prepara al estudiante para resolver los problemas más diversos; sólo hay una forma de lograrlo: establecer procedimientos suficientemente generales al bordar las soluciones específicas de los problemas concretos, es decir, se trata de que los enfoques generales cubran una gran cantidad de casos particulares. En otras palabras, la formación y desarrollo de la acción se favorece en la medida en que se planifique su recorrido por la vía de la generalización gradual del procedimiento matemático, al resolver problemas basados en la pluralidad de variación de cierto conjunto de casos particulares presentados a través de tareas.

Las tareas constituyen un conjunto de propuestas concretas que tienen la finalidad de modelar las acciones que conforman la habilidad para resolver problemas de matemáticas. Así, el sistema de tareas

está formado por los siguientes tipos de tareas:

1. Las enfocadas a la comprensión conceptual.
2. Resolver los problemas de lápiz y papel.
3. Resolver problemas a través de una pequeña investigación.

Con la planificación de las tareas del primer tipo se tuvo en cuenta que las mismas contribuyan a la resolución de problemas matemáticos, ya que el desarrollo de habilidades cognitivas (donde se incluye la resolución de problemas de matemáticas) está estrechamente vinculado con la comprensión teórica de los conceptos, así como de los teoremas y propiedades relacionados con éstos. Para las tareas del segundo tipo se elaboraron un conjunto de problemas orientados a los estudiantes durante el desarrollo de las clases para resolver dentro y fuera del aula. El tercer tipo de tarea constituyó una manera de involucrar a los estudiantes y hacerlos trabajar en la búsqueda independiente o grupal de la solución, a través de una pequeña investigación mediante la que el propio alumno, al detectar la existencia de un problema por lo general abierto, lo formula independientemente, llega a conclusiones y valida los resultados. De esta manera se pretende favorecer el aprendizaje de las matemáticas como ciencia, con un marcado carácter científico-experimental, sobre la base de las condiciones concretas de la enseñanza superior y de las experiencias acumuladas, además de permitir la "visualización social" de las situaciones ma-

temáticas al enfocarse la práctica del aula en un contexto social determinado.

Por otra parte, para lograr que los estudiantes sean capaces de resolver los problemas independientemente y a su vez garantizar un adecuado nivel de generalización de la acción, se identifican las características estructurales más sobresalientes de las tareas. Desde un punto de vista práctico, este análisis estructural permite que se planifiquen diversas variantes en la presentación de las mismas. Pero, además, un supuesto básico fundamental en todo entrenamiento para la formación de habilidades es que se transformen o transfieran las condiciones de aprendizaje de una situación a otra.

Así, pues, para lograr un adecuado nivel de generalización de la acción se tuvo en cuenta que en la estructura de las tareas se presentaran las más diversas variantes combinatorias de los siguientes elementos:

- a. *La estructura matemática del problema*: dada por la cantidad de operaciones a realizar y por las dificultades conceptuales que impliquen su solución.
- b. *La forma de estructurar el problema* (oral, escrita, gráfica, etc.); considerando los siguientes aspectos:
 - *Condiciones bajo las cuales se ofrecen los datos* (se dan todos los datos, no se da ningún dato, se dan algunos datos).
 - *Tipo de enunciado* (abierto, cerrado, real, académico).
 - *Grado de conocimiento de la situa-*

ción de problema (conocida, poco conocida, desconocida).

- *Preguntas* (al final del problema, al comienzo del problema, número de preguntas, etc.).
- *También se consideró en la estructuración de la tarea*: el vocabulario y la estructura de las frases del enunciado, la organización de la información, los aspectos visuales (tablas, gráficas, entre otras ilustraciones, etc.).

Se observa que un mismo problema se puede considerar para ilustrar los diferentes aspectos que se combinan en la estructura de una tarea; esto significa que en los problemas, por lo general, dichos elementos no se presentan aislados, sino integrados en una misma situación.

Además, en esta experiencia pedagógica se concibe como medio de enseñanza el guión o guía didáctica del estudiante para la resolución de problemas de matemáticas.

La Guía Didáctica del estudiante para la resolución de problemas de matemáticas consiste en un conjunto de preguntas y recomendaciones metodológicas que se elaboran y ordenan mediante el trabajo interactivo entre el profesor y los estudiantes, con el objeto de orientar el proceso de resolución de problemas. Las informaciones que reciben los estudiantes a través de esta guía conducen sus esfuerzos en la resolución de los problemas. Por tanto, su objetivo es ayudar al alumno cuando no puede por sí mismo resolver el problema y necesita de indicaciones o apoyo externo. Su estructura se expone a continuación.

GUÍA DIDÁCTICA DEL ESTUDIANTE PARA LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS DE MATEMÁTICAS

Para analizar el enunciado:

Después de la lectura cuidadosa del enunciado, debes preguntarte:

1. ¿Cuáles son los elementos del problema que más te han llamado la atención?
2. ¿Has comprendido todas las palabras del enunciado del problema?
3. ¿Lo puedes relacionar con algún concepto, disciplina, experiencia, situación o problema anterior?
4. ¿Puedes expresar de qué trata el problema?
5. ¿Debes repetir la lectura del enunciado del problema para comprenderlo? ¿Puedes precisar los elementos del mismo que te generan dificultad en su comprensión?
6. ¿Qué se pide hallar? ¿Ya conoces la demanda de la tarea? ¿Se trata de obtener una cosa o varias?
7. ¿Qué datos puedes extraer del problema?
8. ¿Consideras que los datos del problema son suficientes para resolverlo, están de acuerdo con los que has manejado en alguna experiencia previa?
9. ¿Existe alguna relación entre estos datos?
10. ¿Puedes representar estos datos o la situación que se te presenta a través de un gráfico o tabla, que te ayude a resolverlo?

11. ¿Consideras que necesitas para resolver el problema algún dato que no aparece en el mismo?
12. ¿Qué conocimientos matemáticos o de otras disciplinas consideras convenientes para resolver el problema?
13. ¿Conoces algún algoritmo o estrategia para resolver el problema?
14. Por último, piensa de otra forma o escribe de otra forma el problema, para que puedas comprenderlo.

Para generar y diseñar el plan:

1. Analizado el problema, ¿consideras que puedes resolverlo?
2. ¿Has resuelto este problema o alguno muy similar con anterioridad?
3. ¿Podrías determinar de qué tipo de los estudiados es este problema?
4. En caso de ser afirmativa la respuesta anterior, ¿qué relación puedes establecer entre ellos?, ¿cuáles son los elementos que los diferencian?, ¿te puede facilitar o servir esta relación para resolverlo?, ¿puedes auxiliarte en los mismos razonamientos o necesitas considerar algún cambio para obtener su solución?
5. En caso de ser diferentes, entonces debes considerar: volver sobre tus pasos a las preguntas iniciales y continuar con las valoraciones siguientes.
6. De las partes que consideras más fáciles, ¿podrías resolver alguna parte intermedia u otra parte?
7. Trata de representarte una situación similar a la del problema para posi-

bilitar que pueda surgir alguna idea para la solución o trata, si es posible, de expresarla cuantitativamente y retoma las ideas gráficas. Todos estos elementos analizados con profundidad, en ocasiones, pueden sugerir un camino de solución.

8. ¿Conoces algún teorema, fórmula, propiedad, algoritmo que relacione todos los datos?
9. Recorre las ideas del problema retrospectivamente, suprime lo que te parece innecesario de los datos, en busca de alguna idea.
10. Si llegas a concluir que no puedes resolver el problema, entonces cuestionate: puedes probar un nuevo intento de resolución, concluyes que los datos o situación del problema son contradictorios, carentes de sentido o difíciles de comprender. En resumen, está fuera de tus posibilidades resolverlo. Entonces, agotados estos recursos, se debe recurrir a algún compañero, material didáctico, libro de texto o al profesor, en busca de orientación. En estos casos es recomendable que compares las limitaciones que se te presentaron, con las ideas o sugerencias que incorporaste a partir de las sugerencias que se te plantearon.

Para valorar las consecuencias de la aplicación de la estrategia que se considera más adecuada:

1. Dedicar tiempo a pensar, planear y reconsiderar la estrategia de resolución antes de decidirte a resolver el problema.
2. Valora la posibilidad de decidir la forma de resolución más adecuada posible o que te resulte más conveniente.

3. Determina, a partir de este análisis, cuál es la estrategia a desarrollar.

Para ejecutar el plan:

1. Antes de iniciar la resolución del problema, revisa nuevamente los datos, las unidades en que están expresados y los conceptos, ideas, estrategias, modelo que aplicarás. Trata de superar las dificultades que puedan aparecer.
2. Si encuentras alguna dificultad, regresa al principio de la situación, rectificas los posibles errores e intenta de nuevo.
3. Si aparecen situaciones muy difíciles, valora otra vía de solución o determina si se requiere de un dato adicional para continuar.
4. Si consideras por terminada la tarea de solución del problema, revisa nuevamente todos los elementos considerados en su solución antes de pasar a validar la respuesta obtenida.

Para revisar y evaluar la ejecución:

1. Cuando consideres concluido el problema, nunca te plantees definitivamente que todo está correcto. Recorre antes todo el proceso, cerciorándote paso a paso de que no cometiste errores.
2. Escribe ordenadamente y con claridad todo el proceso de resolución seguido, destaca entre cuadros o subraya lo que consideres más importante; partiendo del enunciado, comprueba que la respuesta obtenida es la que se te pide, para esto.
3. Valora si la solución del problema es lógicamente posible, es decir, si tiene sentido en el contexto del problema.

4. Añade a la solución del problema una explicación escrita breve que indique lo que has hallado.

5. Valora si es posible obtener otro resultado o solución, si se puede resolver de otra forma o con un enfoque más general.
6. Intenta explicar el problema a otra persona.
7. Utiliza la experiencia y conocimientos adquiridos en el planteamiento y solución de nuevos problemas.

Obviamente, la efectividad de este recurso presupone que los alumnos se familiaricen paulatinamente con sus instrucciones y las interioricen, para que posteriormente, al aplicarlas, realicen los ajustes en relación al tipo de problema a solucionar. En efecto, las preguntas y sugerencias que contiene la guía no pueden ser incorporadas en su totalidad a todos los problemas, ni agotan las que puedan surgir.

La elaboración de la guía en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas de matemática reporta a los estudiantes las siguientes ventajas:

- Posibilidad de manejar y explorar el objeto de estudio.
- Orientar y organizar el proceso de resolución de problemas de matemática.
- Individualizar el proceso de formación de la habilidad para resolver problemas de matemáticas, ya que cada estudiante puede contar con un apoyo externo.

- Familiarizarse paulatinamente con las preguntas y recomendaciones de la guía.
- Involucrarse activamente en el proceso de resolución de problemas.
- Contar con una base de análisis para el “descubrimiento” de procedimientos y relaciones entre diversos problemas.

**LA RESOLUCIÓN DE PROBLEMAS
Y LA ORGANIZACIÓN DE SITUACIONES
DIDÁCTICAS QUE FACILITEN LA
UTILIZACIÓN DEL PENSAMIENTO
REFLEXIVO DEL ESTUDIANTE**

Para lograr que las diferentes acciones que supone enfrentar el proceso de resolución de problemas de matemática tengan un efecto duradero fue necesario que los estudiantes contaran con toda claridad lo aprendido concretamente. Para ello resultó importante la reflexión habitual en el aula sobre el trabajo realizado, pero también fue conveniente realizar actividades consistentes en que cada alumno reflexionara sobre lo que había aprendido al final de cada tema, comparándolo con el punto de partida; explorar en los diferentes pasos realizados; comprobar cuál había sido su participación en las tareas, así como los aportes que fueron posibles desde el trabajo en grupo o con la ayuda del profesor, es decir, que aprendiera de las experiencias matemáticas reflexionando sobre lo realizado. De esta forma, los estudiantes conocen qué es lo que han hecho correctamente, qué es lo que han hecho incorrectamente y cómo pueden superarlo.

De acuerdo con esta concepción, y tal como se ha visto con anterioridad, se elaboraron medios de enseñanza por parte del docente, de los cuales se derivó una serie de acciones metodológicas que ayudaron a plantear y resolver los problemas. Entre estas acciones son particularmente importantes aquellas que favorecieron el pensamiento generalizador, crítico y reflexivo, las que facilitaron la emisión de preguntas y sugerencias, las que propiciaron el análisis de la información, el debate de las ideas, etc.

Lo anterior constituye un argumento a favor de la necesidad de que se crearan, a través de la experiencia pedagógica, los espacios para que los estudiantes pudieran reflexionar. Esto se tuvo en cuenta a la hora de planificar las secuencias de actividades y su desarrollo temporal y, por supuesto, al seleccionar los problemas.

Así, de modo general, algunas de las acciones que promovieron la reflexión individual y colectiva en la experiencia pedagógica fueron:

- Se proporcionó al estudiante la orientación que necesitaba sobre el proceso de resolución de problemas de matemática, realizándose una labor de ayuda dirigida más a hacer preguntas y fomentar el hábito de preguntarse, que a dar respuestas a sus preguntas.
- Se analizaron los enunciados de los problemas en grupo y, en caso de ser necesario, se redactaron de otra manera, lo que resultó muy eficaz para la elaboración de nuevos enunciados o para estructurar un enunciado a partir de los datos, lo que simultáneamente dio la po-

- sibilidad al docente de reflexionar sobre “su enunciado”. Además, modificar el formato de los problemas, en ocasiones, con los estudiantes, evitó que el alumno identificara una forma de presentación con determinado tipo de problema.
- Se plantearon tareas abiertas que admitían varias propuestas de solución.
 - Se diversificaron los contextos planteando tareas que vincularon al estudiante con su futura práctica profesional y con otras disciplinas del currículo. Igualmente, se propició que el estudiante trabajara los mismos tipos de problemas en distintos momentos y con diferentes grados de dificultad, lo que favoreció la generalización y facilitó la aplicación de los conocimientos en nuevos problemas.
 - Se estimuló a los estudiantes para que planificaran varias estrategias de solución antes de optar por una de ellas.
 - Se trató de habituar al alumno a adoptar sus propias decisiones sobre el proceso de resolución, concediéndole una independencia creciente en el proceso de toma de decisiones.
 - Se fomentó la cooperación entre los estudiantes en la realización de las tareas, pero también se incentivaron los puntos de vista diversos, obligando a explorar el problema, confrontar soluciones y vías de solución alternativas, y ser críticos de sus propias ideas, hasta que la situación lo exija.
 - Se trató de motivar a los estudiantes para que no se detuvieran cuando el proceso de resolución se viera impedido, regresando sobre sus pasos y reconsiderando la vía de solución.

- Se concedió un tiempo al estudiante cuando concluía la tarea para pensar sobre lo realizado, profundizando en los momentos claves del proceso de resolución.
- Se facilitó que el estudiante valorara cuál había sido su participación en las tareas, la ayuda aportada por el profesor, así como las contribuciones que habían sido posibles desde el trabajo en grupo.

Lo anterior indica que desde el punto de vista del investigador, la apropiación de conocimientos y procedimientos matemáticos requieren, primero, de la actividad del sujeto y, segundo, de un proceso de reflexión del sujeto sobre su propia actividad.

Esta línea central de trabajo estuvo enmarcada en un contexto de enseñanza definido por un conjunto de actividades, experiencias y situaciones que se seleccionaron por su potencial educativo y sustentaron un conjunto de principios orientadores sobre la resolución de problemas de matemática, cuya estructura cognitiva permitió a los estudiantes generar reflexión y juzgar sus propias formas de actuar.

RESULTADOS

Los resultados de la investigación, los datos y los apuntes registrados se explican a partir de las valoraciones sistemáticas realizadas a partir de la evaluación de un conjunto de variables o indicadores de progreso, que ofrecen una visión del proceso de formación y desarrollo de la habilidad para resolver problemas de matemáticas en los alumnos durante el transcurso de la experiencia pedagógica.

Las pruebas diseñadas para aplicar a los estudiantes son de lápiz y papel, y orales, y están relacionadas con la valoración de la formación y desarrollo de las acciones correspondientes a la habilidad para resolver problemas de matemáticas al inicio, durante y después de finalizada la experiencia pedagógica.

Para proceder a una valoración individual, se realiza el análisis del rendimiento de cada estudiante. De forma general, se establecen como indicadores cualitativos de la habilidad a formar en los estudiantes la aplicación adecuada de conocimientos y procedimientos de resolución de problemas de matemáticas, mediante la secuencia de acciones y operaciones correspondientes a cada tarea.

Los resultados generales son los siguientes:

1. Se observó que paulatinamente los estudiantes analizaban con más cuidado los enunciados de los problemas, lo que se infirió a través de la disposición de los datos, la representación gráfica de la situación del problema, la identificación de las operaciones que se debían aplicar para resolver el problema y la validez de las respuestas. Así, se reducen considerablemente los errores que en las resoluciones se imputan al insuficiente análisis de los enunciados de los problemas.
2. Se observó que a medida que transcurría la experiencia, la mayoría de los estudiantes fueron capaces de argumentar adecuadamente el proceso de resolución de los problemas que se les proponían.

3. Se constató que gradualmente, en las diferentes pruebas aplicadas, pocos estudiantes presentaron estrategias de resolución no comprensibles o dejaron de resolver el problema.
4. Se manifestó un incremento en las explicaciones o señalizaciones de la secuencia de pasos seguidos en la resolución. Esto puso de manifiesto no sólo la elaboración de una estrategia previa a la resolución, sino su fundamentación más rigurosa y una considerable disminución de errores conceptuales.

De esta manera, el análisis realizado también revela que las acciones se fueron integrando a través de toda la diversidad de condiciones en las que los alumnos tenían que actuar, hasta conformar un sistema, es decir, hasta alcanzar como cualidad lo que pudiera denominarse un plan de acción generalizado.

Como un elemento más a favor de la validez de la experiencia pedagógica se aplicó una encuesta a estudiantes y profesores después de haber sido experimentado el modelo. En general, los resultados de las encuestas realizadas pueden resumirse como sigue:

Los estudiantes se manifestaron muy favorablemente con respecto a la propuesta metodológica experimentada en comparación con la metodología a que estaban habituados, ya que consideraron que la misma les permitió: aplicar los conocimientos; una mejor preparación y comunicación con sus compañeros de aula y profesor; una mayor motivación y responsabilidad con los estudios y explo-

rar y darse cuenta de sus potencialidades individuales.

Los profesores valoraron positivamente la experiencia pedagógica, manifestando que la misma tiene considerable nivel de aplicación, tanto desde el punto personal como académico-profesional, posibilitando valorar el nivel de desarrollo y profundidad de la asimilación de los conocimientos que van alcanzado los estudiantes, de manera que, en general, ofrece una alternativa viable para orientar la enseñanza de la resolución de problemas matemáticos.

CONCLUSIONES

Los resultados alcanzados con esta investigación permiten plantear las siguientes conclusiones:

- Con la aplicación de la experiencia pedagógica se logró el enriquecimiento del sistema de acciones y operaciones que estructuran la habilidad para resolver problemas de matemática, lo que se evidencia a través de:
 - a. La caracterización de la habilidad para resolver problemas de matemáticas considerando cinco acciones: 1) Analizar el problema; 2) Generar estrategias de trabajo; 3) Valorar las consecuencias de la aplicación de la estrategia que se considere más adecuada; 4) Ejecutar o desarrollar la estrategia seleccionada; y 5) Evaluar los logros y dificultades durante la ejecución.
 - b. La estructuración de la habilidad para resolver problemas de matemáticas con base en estas acciones permite, a su vez, reconocer

la estructura operacional de las mismas en el proceso de enseñanza-aprendizaje de la resolución de problemas de matemáticas.

- La experiencia pedagógica realizada con estudiantes del primer año de la carrera de Agronomía, sustentada en el enfoque histórico cultural en el contexto de la escuela superior cubana actual, constituye una alternativa válida para desarrollar en los estudiantes la habilidad para resolver problemas de matemáticas.
- Las tareas diseñadas para modelar las acciones correspondientes a la habilidad para resolver problemas de matemáticas, así como los medios de enseñanza que brindaron un apoyo externo a los estudiantes durante el proceso de formación de la habilidad, constituyen dos elementos fundamentales que se integraron en la experiencia pedagógica, propiciando en gran medida la formación de las acciones correspondientes a la habilidad.
- Con la aplicación de la experiencia pedagógica se favoreció un mayor nivel de reflexión del estudiante en el proceso de resolución de los problemas de matemáticas.

BIBLIOGRAFÍA

- Colás, M. P. y Buendía, L. (1992). *Investigación Educativa*. Sevilla: Alfar.
- Galperin, P. Y. (1974). *Los tipos fundamentales de aprendizaje*. La Habana: Editorial Universitaria.
- Galperin, P. Y. (1986). Sobre el método de formación por etapas de las acciones intelectuales. En: *Antología de la Psicología Peda-*

- gógica y de las Edades*. La Habana: Pueblo y Educación, pp. 114-118.
- Gil, D. y Martínez-Torregrosa, J. (1983). A model for problem-solving En: accordance with scientific methodology. In: *European Journal of Science Education*. 5, pp. 447-575.
- Hernández, S. y Hernández H. (1998). *Algoritmizar: rutina para crear. III Taller internacional sobre la enseñanza de la Ingeniería y Arquitectura*. La Habana: ISPJAE, pp.58-61.
- Landa, L.N. (1978). *Algoritmos para la enseñanza y el aprendizaje*. México: Trillas.
- Leóntiev, A.N. (1979). *La actividad en la Psicología*. La Habana: Libros para la Educación.
- Leóntiev, A.N. (1981). *Actividad-Conciencia-Personalidad*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Mason, J. et al. (1989). *Pensar matemáticamente*. España: Labor.
- Polya, G. (1989). *Cómo plantear y resolver problemas*. México: Trillas.
- Schoenfeld, A. H. (1985). *Mathematical Problems Solving*. San Diego: Academic Press.
- Talízina, N. (1985). *Conferencia sobre: los fundamentos de la enseñanza en la Educación Superior*. La Habana: DEPE, Universidad de La Habana.
- Talízina, N. (1988). *Psicología de la enseñanza*. Moscú: Progreso.
- Vygostky, L.S. (1982). *Pensamiento y lenguaje*. La Habana: Pueblo y Educación.
- Vygostky, L.S. (1987). *Historia del desarrollo de las funciones psíquicas superiores*. La Habana: Científico Técnica.

ARTÍCULO RECIBIDO: 18-03-2005

Y APROBADO: 11-11-2005